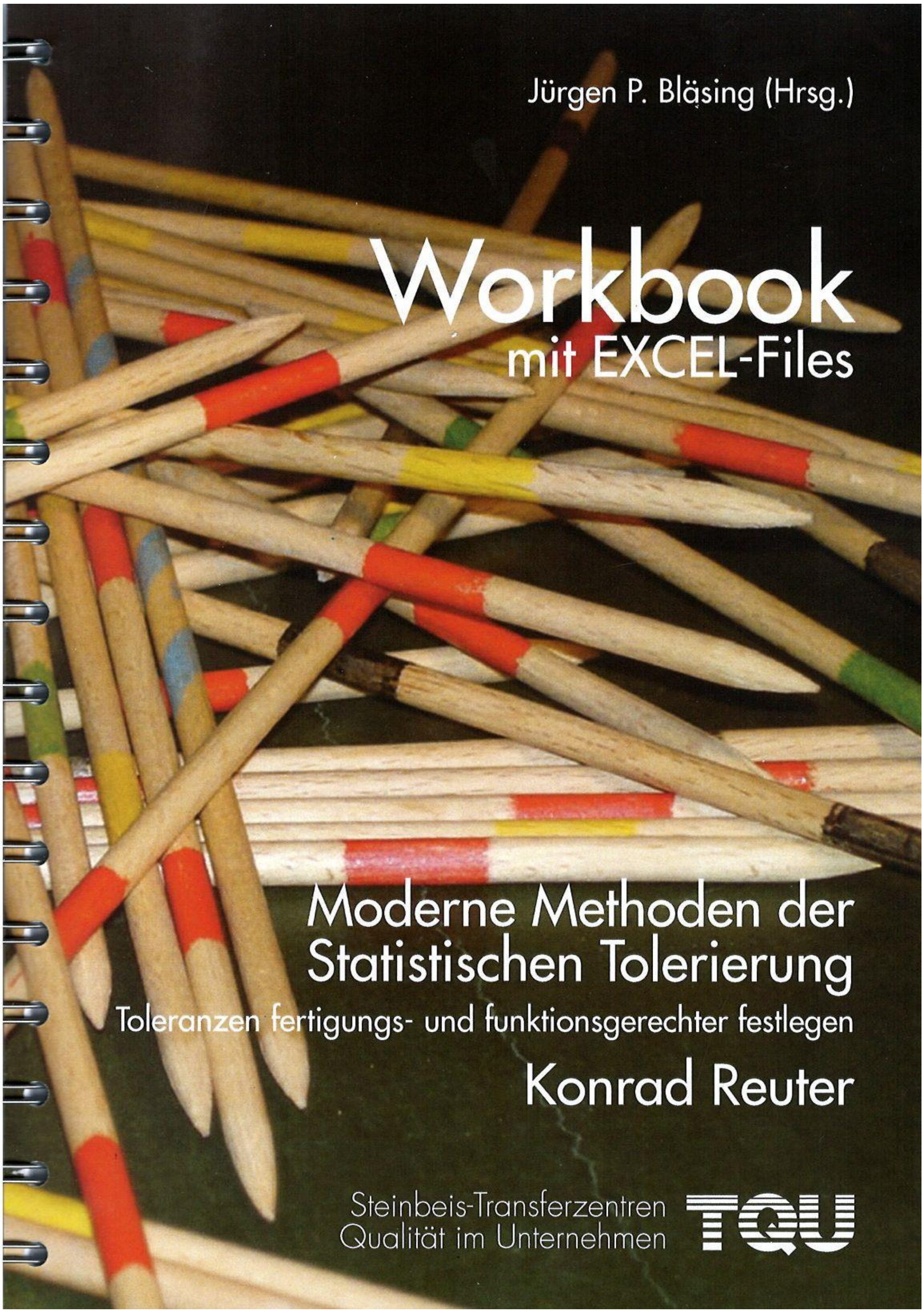


Jürgen P. Bläsing (Hrsg.)

Workbook
mit EXCEL-Files

Moderne Methoden der Statistischen Tolerierung
Toleranzen fertigungs- und funktionsgerechter festlegen

Konrad Reuter

Steinbeis-Transferzentren
Qualität im Unternehmen
TQU

Konrad Reuter

Workbook
mit EXCEL-Files

Moderne Methoden der Statistischen Tolerierung

Toleranzen fertigungs- und funktionsgerechter festlegen

TQU VERLAG

Autor

Dr. Konrad Reuter ist freiberuflicher Berater und Trainer mit großer praktischer Erfahrung in allen Gebieten des modernen Qualitätsmanagements. Als Wissenspartner im TQU Verbund hat er sich auf die praktische Anwendung der Methoden und Verfahren der technischen Statistik spezialisiert. Der direkte Kontakt: beratung@konrad-reuter.de

Workbook
Moderne Methoden der Statistischen Tolerierung
Toleranzen fertigungs- und funktionsgerechter festlegen

Eigenverlag und Eigenvertrieb
Erste Auflage 2007, überarbeitet 2018
TQU VERLAG, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm Deutschland
Fon +49 731 14660-200
email verlag@tqu-group.com
Internet www.tqu-group.com

Vorwort

Moderne Methoden der Statistischen Tolerierung
Toleranzen fertigungs- und funktionsgerechter festlegen

Als junger Qualitätsingenieur war ich felsenfest davon überzeugt, dass Produktionsteile, die außerhalb ihrer Zeichnungstoleranzen liegen, völlig unbrauchbar und unbedingt aus dem weiteren Produktionsprozess auszuschließen sind. Nicht alle in der Werkstatt konnte ich von dieser Auffassung begeistern. Als dann der Meister mehrfach erfolgreich demonstrierte, dass die Funktion mehrerer zusammengebauter Teile trotz der unerlaubten Maßabweichungen eines Teils vollständig vorhanden ist, begann mein Qualitätsfelsen zu wanken und zu bröckeln. Die Praxis und die Theorie passten nicht zusammen.

Wo war die Lösung? Das Phänomen konnte ich mir erst Jahre später erklären, als ich die Theorie der Statistischen Tolerierung entdeckt habe. Die Wahrscheinlichkeit, dass alle zufällig miteinander gepaarten Bauteile gleichzeitig zu klein sind, ist danach sehr gering, was auch mathematisch einfach zu beweisen ist. Warum sollte man diese Erkenntnis nicht nutzen und in der anderen Denkrichtung die Toleranzen der Einzelteile „aufmachen“? Da könnten Unternehmen doch viel Geld sparen.

Behindert wurde die weitere Beschäftigung in diesen Überlegungen durch die damals fehlenden technischen Möglichkeiten, die heute der PC und die Software Excel jedem so selbstverständlich bieten. Die rechnerunterstützte Simulation der Überlagerung beliebiger Verteilungsformen ermöglicht es heute jedem Konstrukteur die Toleranzen fertigungs- und funktionsgerechter festzulegen.

Dr. Konrad Reuter ist davon überzeugt, dass die Statistische Tolerierung eine große Zukunft hat. Er hat sich aufgemacht, mit diesem Workbook und mit den von ihm realisierten Excel-Anwendungen in praxisgerechter Form allen Interessierten die Möglichkeit anzubieten, die Vorteile der statistischen Betrachtung in der täglichen Arbeit zu nutzen.

Ich wünsche in allen Vorhaben viel Erfolg!
Jürgen P. Bläsing

Inhalt

Ausgangspunkt:
Die Arithmetische Toleranzrechnung

Notwendige Begriffe

Maßtoleranz am Formelement

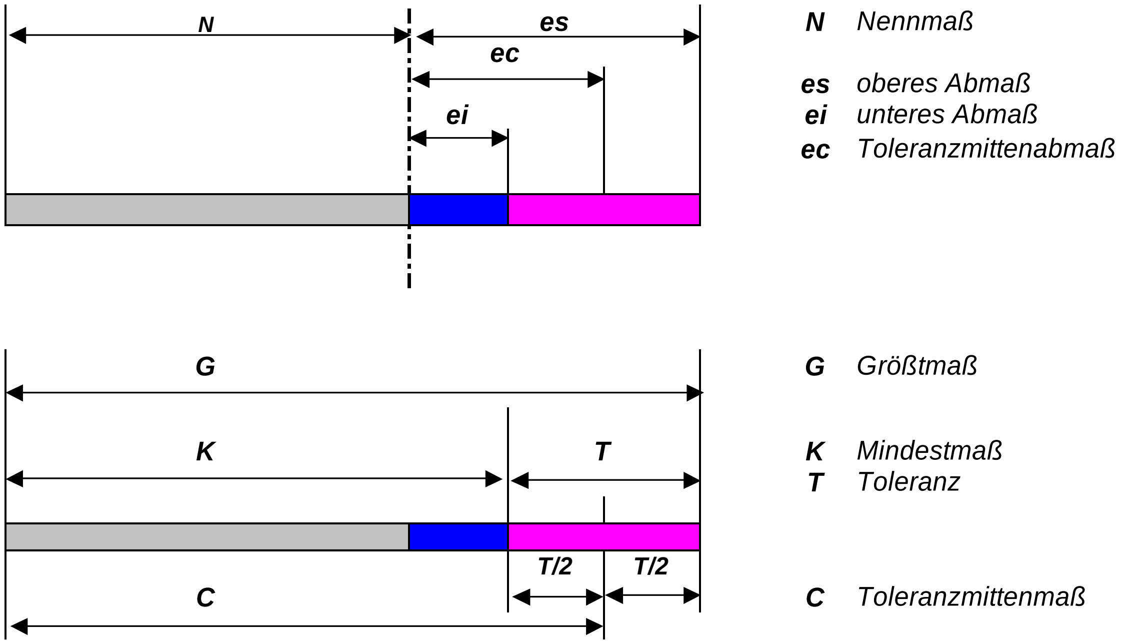


Bild 1 Maßtolerierung an der Welle
(für Bohrungen gelten ES, EI und EC entsprechend)

- Toleranzmittenmaß C

Für die Berechnung der Toleranzen von Maßketten und für die Programmierung an CNC-Maschinen ist das Toleranzmittenmaß C besonders gut geeignet. In den folgenden Berechnungen wird davon ebenfalls Gebrauch gemacht:

$C = (G+K)/2$

Maßtoleranz T $\quad T = G-K$

Die Maßtoleranz ist stets ein positiver Wert.

- Maximum-Material-Grenze (MML)

Dasjenige der beiden Grenzmaße, das dem Maximum-Material-Maß des Formelements entspricht.

- Minimum-Material-Grenze (LML)

Dasjenige der beiden Grenzmaße, das dem Minimum-Material-Maß des Formelements entspricht.

Zu weiteren Einzelheiten der Begriffe siehe DIN ISO 286.

Ebene Maßketten

Die bisherige Darstellung ging davon aus, dass alle Maße in Reihenfolge angeordnet sind. Für viele Montagevorgänge im Maschinenbau und der Gerätetechnik wird diese Darstellung auch anwendbar sein.

Die CAD-Konstruktion und die Fertigung auf CNC-Maschinen, auch die 2D- oder 3D-Messtechnik setzen aber die Bemaßung von einem Bezugspunkt (Nullpunkt) ein. Es ergeben sich daraus Schlussmaße, die nicht mehr in einer Linie liegen, sondern sich aus einer ebenen oder räumlichen Maßkette ergeben.

Das folgende Bild stellt eine Situation dar, bei der sich das funktionswichtige Schlussmaß als Abstand zweier Bohrungen ergibt.

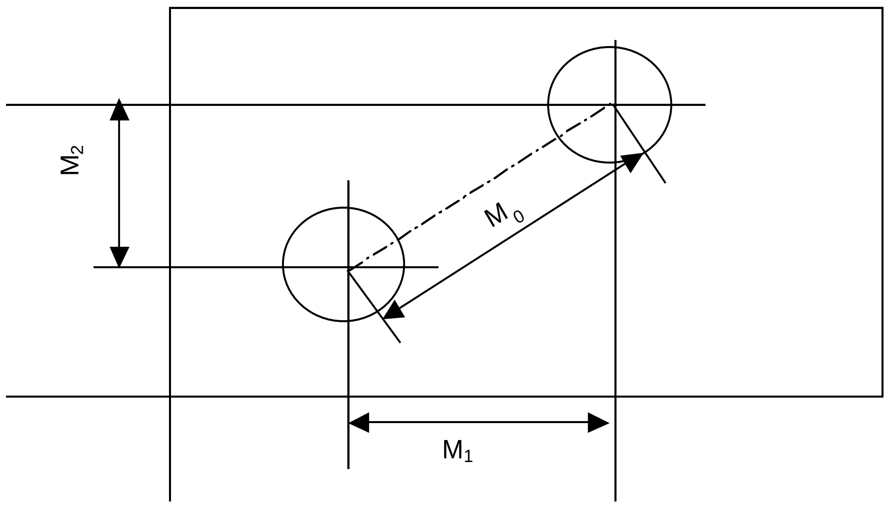


Bild 16 Skizze einer ebenen Maßkette, Schlussmaß ist der Abstand der Bohrungen

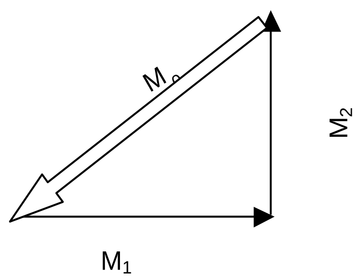


Bild 17 Ebene Maßkette nach obigem Bild

Die Maße **M1** und **M2** bilden einen rechten Winkel. Unter dieser Voraussetzung ist das Schlussmaß **M0** nach dem Satz von Pythagoras zu errechnen. Sind zu den Maßen **M1** und **M2** jeweils Abmaße vorgegeben, kann folgende Berechnung aufgestellt werden:

Benennung	i	M_i	G_i	K_i	C_i	T_i
M1	1	30	30,25	29,750	30	0,500
M2	2	20	20,25	19,750	20	0,500
Schlussmaß	M_0	36,056	K_i	G_i		
Toleranzmittenmaß	C_0	36,056	29,750	30,25		
Toleranz	T_0	0,693	19,750	20,25		
Höchstmaß	G_0	36,402				
Mindestmaß	K_0	35,709				

Bild 18 Berechnungsschema für ebene Maßkette

Diese Art der Tolerierung ergibt für die Bohrungsmittelpunkte Toleranzrechtecke. Es ist aus fertigungstechnischer Sicht einsehbar, dass ein solches Toleranzrechteck nicht realistisch ist. Dieser Sicht hat die DIN 5458 Rechnung getragen und für Positionstoleranzen Kreise um die Bohrungsmitte vorgesehen.

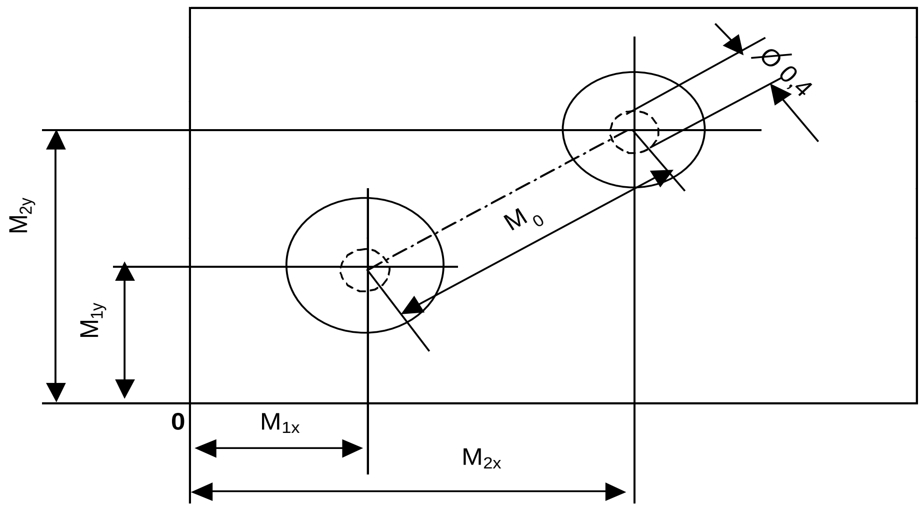


Bild 19 Positionstoleranzen nach DIN 5458

Ein solcher Toleranzkreis wird fertigungstechnisch nur erreicht, wenn die Streuungen in beiden Achsrichtungen gleich sind. Trifft dies in der Praxis nicht zu, dann entsteht eine Streuungsellipse mit den Hauptachsen parallel zum Koordinatensystem. Besteht weiterhin zwischen den Abweichungen der Verfahrwege beider Achsen eine Korrelation, dann „kippt" die Ellipse in einem Winkel zu den Koordinatenachsen.

Die Berechnung von Prozessfähigkeiten für Fälle mit Korrelation ist in [JAHN] vorgestellt.

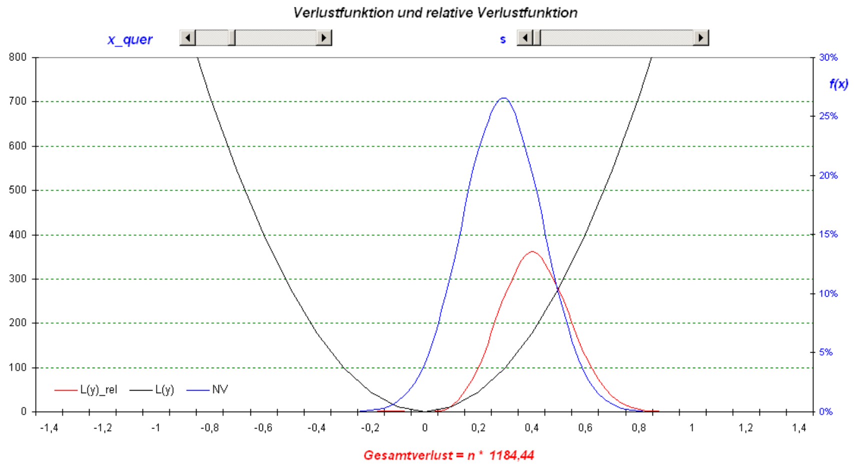


Bild 28 Verlustfunktion und relative Verlustfunktion, Dezentrierung der Fertigung

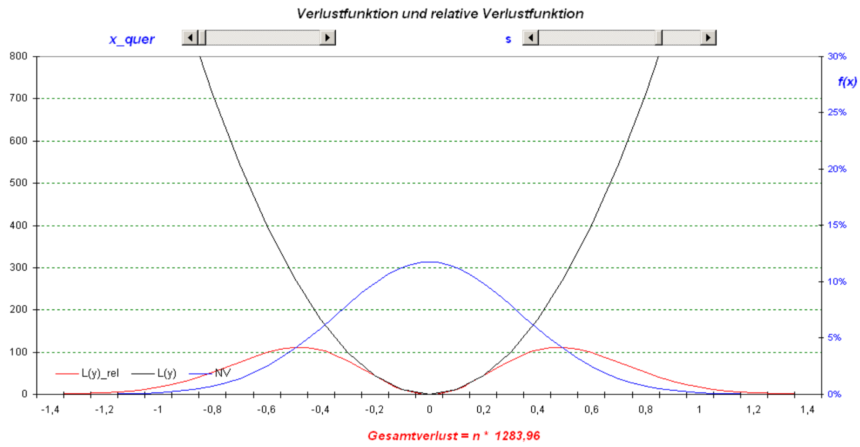


Bild 29 Verlustfunktion und relative Verlustfunktion, erhöhte Streuung des Merkmals

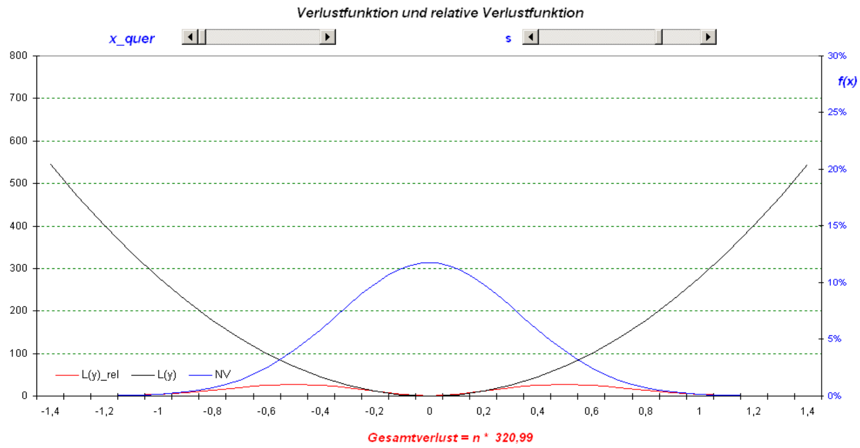
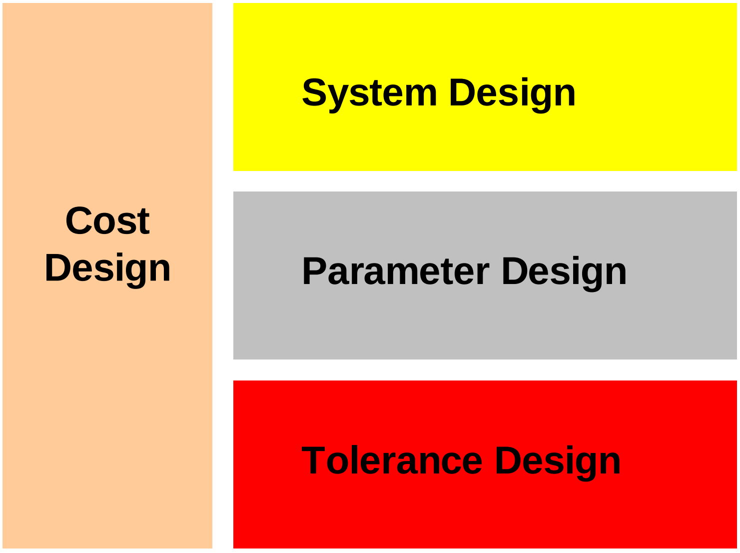


Bild 30 Verlustfunktion und relative Verlustfunktion, erhöhte Streuung aber robustere Funktion

Für ein robusteres Design stehen Versuchsplanung und Optimierung zur Verfügung. Für multivariate Verfahren siehe [JAHN].

Anregungen zur verlustbezogenen Tolerierung



System Design:	Funktionsorientierte Auslegung des Produktes anhand der Kundenforderungen und Spezifikationen
Parameter Design:	Nennmaßorientierte funktionale Auslegung der Baugruppen und Bauteile des Systems
Tolerance Design:	Prozessorientierte Auslegung der Nennmaße der Baugruppen und Bauteile
Cost Design:	Optimierung der Auslegung in allen Stufen nach finanziellen Überlegungen (Verlustfunktion)

Realistischere Toleranzen sind dann erreichbar, wenn in der Konstruktionsphase das System Design durch ein sorgfältiges Parameter Design (Versuchsplanung) unterstützt wird. So lassen sich wichtige und weniger wichtige Einflüsse erkennen und entsprechend robust gestalten und damit realistischer tolerieren.

Realistischere Toleranzen sind dann erreichbar, wenn das Tolerance Design zusammen mit den Fachleuten der Produktion geschieht.

Realistischere Toleranzen sind dann erreichbar, wenn die Produktentwicklung und die Toleranzfindung durch ein geeignetes Kostenmodell unterstützt werden.

Lösungsansatz: Statistische Verfahren

Der letzte Satz kann an einem einfachen Beispiel demonstriert werden:
Ein Würfel liefert eine Verteilung mit den Wahrscheinlichkeiten jeweils 1/6. Die Augenzahlsumme von zwei Würfeln ergibt eine Verteilung von dreieckiger Form. Die Augenzahlsumme von drei Würfeln ergibt eine Verteilung von bereits gekrümmter Form. Schließlich nähert sich die Verteilung der Augenzahlen von vier Würfeln bereits recht gut der Normalverteilung.

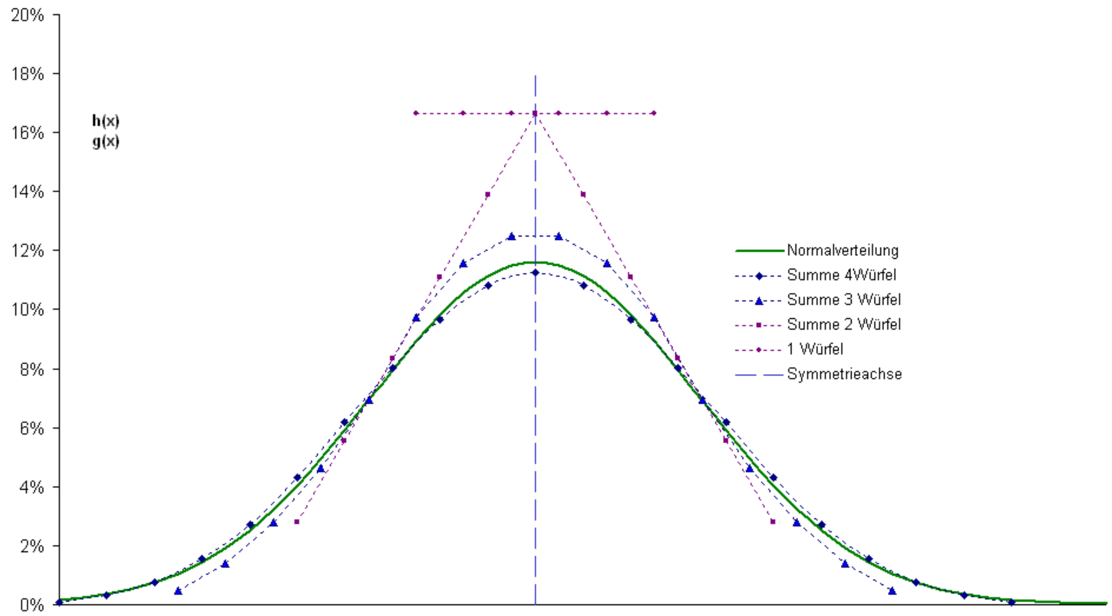


Bild 31 Vergleich von Summen von Augenzahlen beim Würfeln (auf eine Mittellinie zentriert)

Neben der Illustration des Grenzwertsatzes lässt das Bild erkennen, dass mit zunehmender Anzahl der Elemente die Gesamtstreuung natürlich zunimmt. Für statistische Toleranzen ist es nicht zwingend erforderlich, ein mathematisches Verteilungsmodell zu finden.

Die Faltung von empirischen Häufigkeiten ist auf dem PC mit der Tabellenkalkulation unproblematisch umsetzbar. Als Funktionen werden wiederum =SUMMENPRODUKT() und =MTRANS() eingesetzt.

Auch Matrixformeln sind elegant anwendbar.

Faltung empirischer Verteilungen
Ausgangspunkt sind Histogramme bzw. die zugrundeliegenden Tabellen mit den Häufigkeiten (absolut oder relativ) und den zugehörigen Klassenmitten. Von den folgenden zwei Verteilungen X und Y soll einmal die Summe, zum anderen die Differenz ermittelt werden.

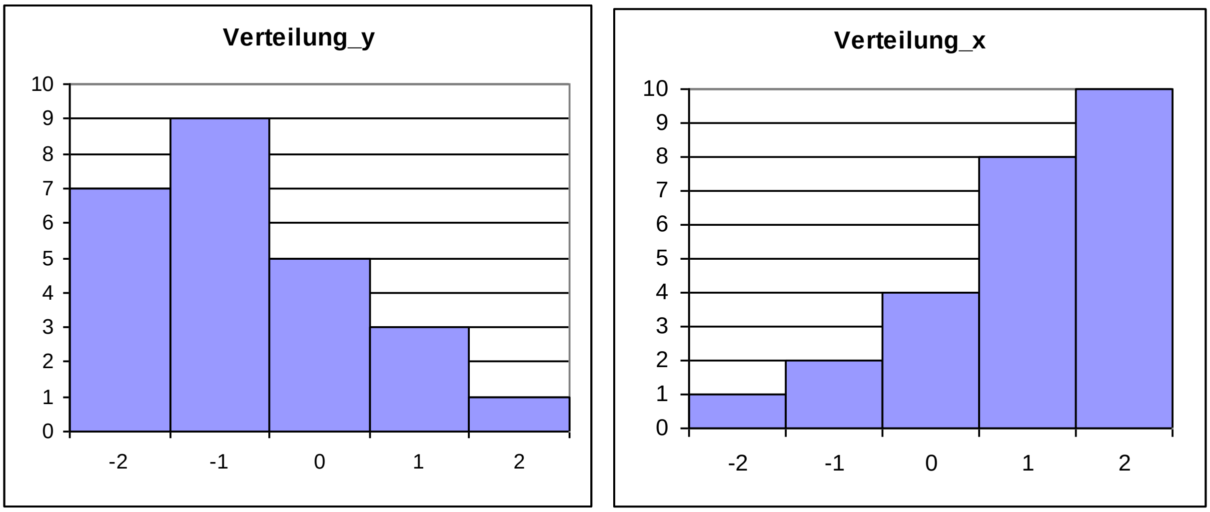


Bild 32 Histogramme als Ausgangsverteilungen für Faltungsoperation

n=	25	n=	25	
Klassen	h(x)	Klassen	h(y)	-h(y)
-2	1	-2	7	1
-1	2	-1	9	3
0	4	0	5	5
1	8	1	3	9
2	10	2	1	7

h(z)									
	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
	1	2	4	8	10				
		1	2	4	8	10			
			1	2	4	8	10		
				1	2	4	8	10	
					1	2	4	8	10
Summe x,y	7	23	51	105	169	144	78	38	10
Differenz x,y	1	5	15	39	79	120	150	146	70

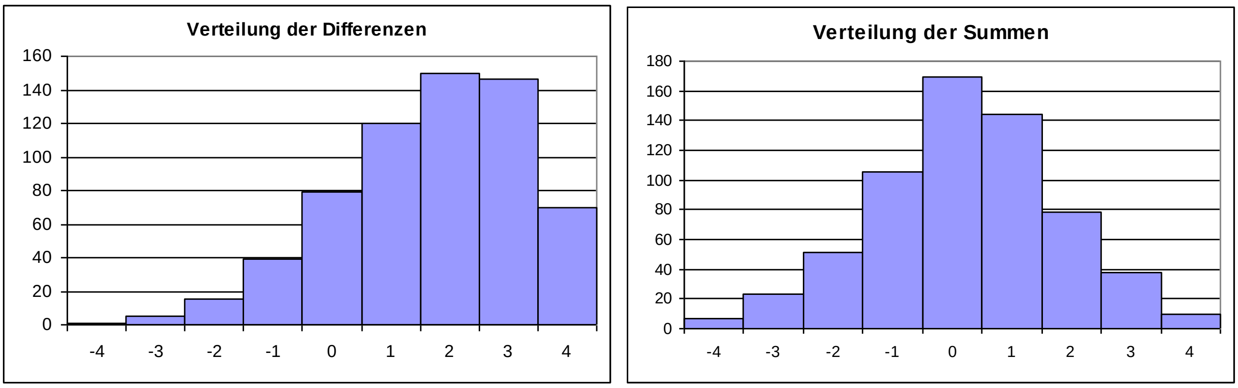


Bild 33 Im Ergebnis ist der Unterschied zwischen der Addition und Subtraktion deutlich erkennbar.

Merkmal	*X*	*Y*
Mittelwerte	-1,90	2,39
Standardabweichung	2,51	3,17
Varianz	6,29	10,05
Kovarianz	3,43	
Korrelationskoeffizient	0,447	
Kovarianz-	*6,29*	*3,43*
matrix	*3,43*	*10,05*
Determinante	51,43	

Bild 48 Berechnungen zur Korrelation (Daten gemäß folgendem Bild)

Für die Ermittlung realistischer Toleranzen kann eine Ellipse um die „Punktwolke“ gezeichnet werden, die einer festgelegten Wahrscheinlichkeit entspricht. Im Allgemeinen wird diese mit 6 Sigma zu 99,73 % festgelegt (analoge Vorgehensweise bei zweidimensionaler Prozessfähigkeit). Die Tangenten an der Ellipse „schneiden“ die zugeordneten Toleranzbereiche aus den Merkmalsachsen heraus.

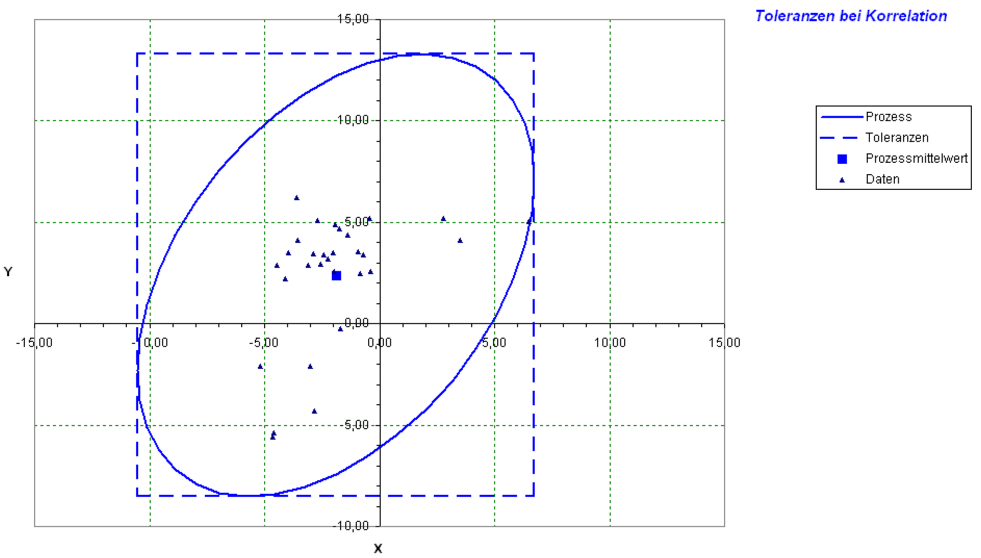


Bild 49 Prozessellipse mit Tangenten zur Bestimmung der Toleranzen (P = 99,73 %)

Mit den Daten gemäß Bild 49 ergeben sich folgende Toleranzen:

Nennmaß	N_x	0,00	µm
Toleranzmittenmaß	C_x	-1,90	
oberes Abmaß	es_x	6,7	
unteres Abmaß	ei_x	-10,5	
Größtmaß	G_x	6,7	
Mindestmaß	K_x	-10,5	
Toleranz	T_x	17,26	
Nennmaß	N_y	0,00	µm
Toleranzmittenmaß	C_y	2,39	
oberes Abmaß	es_y	13,3	
unteres Abmaß	ei_y	-8,5	
Größtmaß	G_y	13,3	
Mindestmaß	K_y	-8,51	
Toleranz	T_y	21,80	

Bild 50 Ergebnis der Toleranzberechnung aus korrelierten Merkmalen

Die Ergebnisse stützen sich auf einen Datensatz von 30 Teilen aus dem Fertigungsspektrum und können daher als Anhalt für die Dimensionierung gewertet werden.

Die Verknüpfung dieses Verfahrens zur Prozessfähigkeit ist in [SPC] gezeigt. Für mehrdimensionale Problemstellungen ist auf geeignete Statistiksoftware zurückzugreifen.

Das Simulationsmodell

Das Simulationsmodell geht zunächst von der Maßkette der arithmetischen Tolerierung aus.

Benennung	1	M_i	k_i	IT	Feld	G_i	K_i	C_i	T_i
Gehäuse links	1	10	1			10,060	10,030	10,045	0,030
Gehäuse rechts	2	30	1			30,040	29,980	30,010	0,060
Buchse rechts	3	5	-1			5,005	4,995	5,000	0,010
Welle	4	30	-1			29,950	29,900	29,925	0,050
Buchse links	5	5	-1			5,005	4,995	5,000	0,010
Stirnlauftoleranz 3	6	0	-1			0,020	0,000	0,010	0,020
Stirnlauftoleranz 5	7	0	-1			0,020	0,000	0,010	0,020
Schlussmaß	M_0	**0**	***-1***		Summen -k	40,000	39,890	39,945	0,110
mittleres Spiel	C_0	**0,110**			Summen +k	40,100	40,010	40,055	0,090
Passtoleranz	T_0	**0,200**							
Höchstspiel	G_0	**0,210**							
Mindestspiel	K_0	**0,010**							

Bild 51 Arithmetische Tolerierung Getriebe

Jedem Merkmal wird ein adäquates Verteilungsmodell zugeordnet.

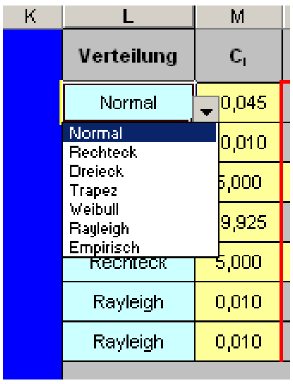


Bild 52 Auswahlmöglichkeit für ein Verteilungsmodell

Das Modell und dessen Parameter müssen praktisch belegt sein oder sinnvoll angenommen werden. Die dem Modell zugeordneten Berechnungsformeln sind in der Formelsammlung hinterlegt, sie müssen (noch) manuell in die zutreffende Merkmalszeile übernommen werden.

Für die Lage wird zunächst aus dem arithmetischen Modell das Toleranzmittenmaß $\mathbf{C_i}$ übernommen. Dieser Wert kann auch überschrieben werden. Die aktuelle Simulation wird über F9 gestartet. Ein Makro zeichnet derzeit 2000 Daten auf (eine Erweiterung kostet <u>nur</u> Rechenzeit).

Die EXCEL Tabellen

Name	Inhalt
Würfel	Zentraler Grenzwertsatz
Verlustfunktion	Verlustüberlegungen
Faltung_emp	Faltung von empirischen Verteilungen
Umrechnung_K-F	Umrechnung von Konstruktionstoleranzen in Fertigungstoleranzen
Titelbeispiel	Arithmetische Tolerierung mit gleichen Gliedern
Mehrfachtoleranz	Rückrechnung auf Einzeltoleranzen
Getriebe_TGL	Beispiel arithmetische Tolerierung mit Lagetoleranzen
Bohrung_Welle	Spiel- und Übermaßtolerierung
Toleranzellipsen	Tolerierung 2-dimensionale Maßkette
Korrelation_2D	Tolerierung bei statistischer Abhängigkeit
Maßkette_2D	Tolerierung 2-dimensionale Maßkette
Simulation_1D	Simulation lineare Maßkette
Simulation_2D	Simulation ebene Maßkette Positionstoleranzen
Simulation_2D_nl	Simulation nichtlineare ebene Maßkette
Freimaßtoleranzen	Tabelle für Auswahl Freimaßtoleranz
IT-Toleranzen	Tabelle für Auswahl IT-Toleranz (Toleranzgröße)
Rechteckverteilung	
Dreieckverteilung	
Trapezverteilung	
Normalverteilung_1D	
Normalverteilung_2D	
Weibullverteilung	

Exkurs Toleranzfortpflanzungsgesetz

Ausgehend vom Absatz zur physikalischen Maßkette interessiert bei der Tolerierung das Verhalten der Funktion bei kleinen Abweichungen **A**.

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

$$A_y = f(x_0+A)-f(x_0)$$

Um sich die unter Umständen komplizierten Berechnungen der Funktion bei der Auswirkung kleiner Änderungen auf das Ergebnis zu ersparen, ist ein Verfahren mit einer leichteren Berechnung nötig. Es ist klar, dass es sich dabei um ein Näherungsverfahren handeln wird.

Die Differentialrechnung ist eine Möglichkeit. Das Differential einer Funktion ist eine lineare Funktion von der Abweichung (Toleranz) der unabhängigen Variablen im Argument. Das Differential unterscheidet sich von der Abweichung um eine Größenordnung, die klein von höherer Ordnung ist.

Der Lösungsweg besteht nun darin, dass man nach Taylor die Funktion in eine Potenzreihe entwickelt. Das Ergebnis dieser Vorgehensweise mit dem Differential nur von erster Ordnung lautet dann:

$$A_y = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial x_{0i}} A_{xi}$$

und wird als Fortpflanzungsgesetz für physikalische Eigenschaften bezeichnet. Unter Verwendung relativer Größen ergibt sich die Form:

$$\frac{A_y}{y} = \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{x_i}{y} \right) \frac{A_{xi}}{x_i}$$

die für verschiedene Anwendungen vorteilhaft ist.
Bezogen auf die Toleranzberechnung ergibt sich der fundamentale Satz:

$$T_y = \sum_{i=1}^{m} \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \cdot T_{xi}$$

