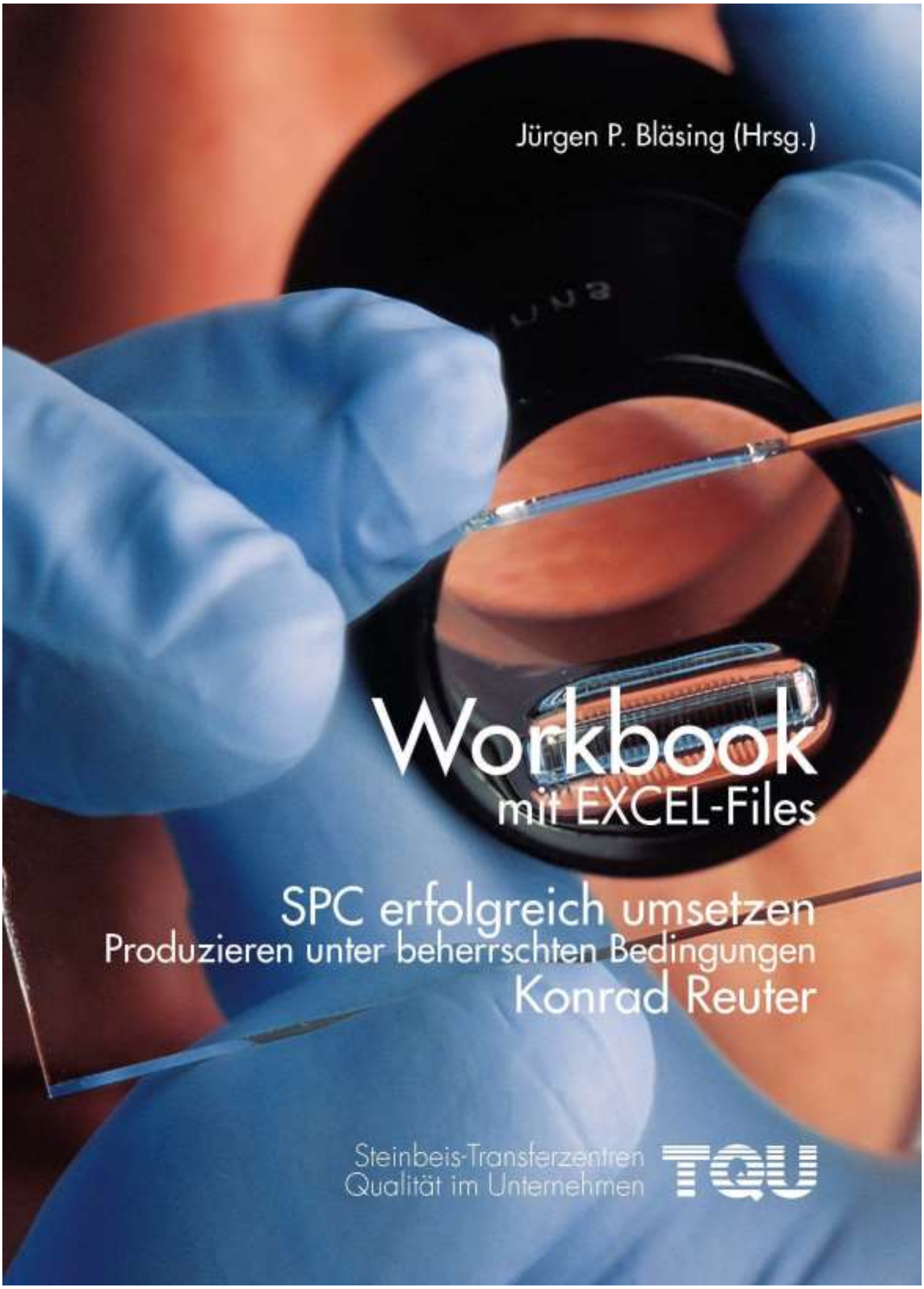
Jürgen P. Bläsing (Hrsg.)
Workbook
mit EXCEL-Files
SPC erfolgreich umsetzen
Produzieren unter beherrschten Bedingungen
Konrad Reuter
Steinbeis-Transferzentren
Qualität im Unternehmen
TQU

Konrad Reuter

Workbook

mit Excel Software

SPC erfolgreich umsetzen

Produzieren unter beherrschten Bedingungen

Autor

Dr. Konrad Reuter ist freiberuflicher Berater und Trainer mit großer praktischer Erfahrung in allen Gebieten des modernen Qualitätsmanagements. Als Wissenspartner im TQU Verbund hat er sich auf die praktische Anwendung der Methoden und Verfahren der technischen Statistik spezialisiert.

Ihr Kontakt zum Autor: beratung@konrad-reuter.de

Workbook mit Excel Software

SPC erfolgreich umsetzen
Produzieren unter beherrschten Bedingungen

Eigenverlag und Eigenvertrieb
Erste Auflage 2006, Auflage 2010, überarbeitet 2018

TQU Verlag, Magirus-Deutz-Straße 18, 89077 Ulm, Deutschland
Fon +49 731 14660-200, email verlag@tqu-group.com, Internet www.tqu-group.com

Vorwort

SPC erfolgreich umsetzen
Produzieren unter beherrschten Bedingungen

Die statistische Prozesslenkung oder auch *statistische Prozessregelung* oder auch *statistische Prozesssteuerung* (engl.: *statistical process control*, *SPC*) wird zur Optimierung von Produktions- und Fertigungsprozessen verwendet. Als Hilfsmittel werden verschiedene Arten von Regelkarten eingesetzt.

Entwickelt wurde die Statistische Prozessregelung anfangs der 30iger Jahre des letzten Jahrhunderts von dem Amerikaner W. A. Shewart, der die Methoden der Statistik in die tägliche Praxis der Fertigung einführte. Seine Absicht war es, Herstellprozesse zu optimieren und Vorhersagen über die Produktionsergebnisse zu ermöglichen. Obwohl seine wissenschaftlichen Untersuchungen sehr erfolgreich waren, hat es rund 30 Jahre gedauert bis seine Ideen allgemeine Anerkennung fanden und weitere Jahre bis seine Methoden in der Industrie eingeführt wurden.

Der wirkliche Durchbruch von SPC gelang erst mit dem Aufkommen der Computer. Jetzt erst gab es die Möglichkeit, vor Ort, an den Maschinen, vermeintlich schwierige Berechnungen anzustellen, ohne das bisher notwendige Arbeiten mit Tabellen. Insbesondere die Automobilindustrie griff in den 80iger Jahren SPC als Möglichkeit der Qualitätssicherung und der Prozessverbesserung auf und setzte die notwendigen Methoden und Regeln bei ihren Zulieferern durch. Heute sind rechnergestützte SPC-Systeme selbstverständliche Hilfsmittel der Maschinenarbeit.

Der Autor Dr. Konrad Reuter gilt als anerkannter Spezialist für die angewandte Statistik. Seine besondere Liebe gilt den Rechenverfahren und den Möglichkeiten, die Microsoft mit seinem Programm EXCEL quasi kostenlos jedem PC-Nutzer anbietet. Auch mit diesem Workbook bietet er mit den vorbereiteten EXCEL-Files die Möglichkeit, theoretische Verfahren sofort in der Praxis auszutesten.

Wir wünschen für alle Vorhaben viel Erfolg!

Ihr TQU Team

Inhaltsverzeichnis

Die Prozessregelung nach statistischen Regeln

Einige Anmerkungen

- Die Sammlung von Daten und die Anwendung statistischer Verfahren sind nie Selbstzweck. Das grundsätzliche Ziel sollte im verbesserten Verständnis für den jeweiligen Prozess liegen. Das erworbene Wissen um den Prozess muss zu seiner ständigen Verbesserung eingesetzt werden.
- Bevor die Sammlung von Daten aufgenommen wird, ist ein grundlegendes Verständnis für den Messprozess zu erwerben. Die Streuung des Messprozesses beeinflusst jegliche Aussagen zur Streuung des Produktes. Auf Methoden zur Ermittlung und Bewertung der Streuung von Messsystemen wird in einer gesonderten Schrift eingegangen.
- Die Untersuchung von Streuungen kann außer der Produktionsebene auch auf andere Bereiche z. B. der Verwaltung oder des Transports übertragen werden.
- Die gezeigten Beispiele dienen dem grundsätzlichen Verständnis der Verfahren. Vertiefungen durch Studien geeigneter Quellen werden unumgänglich sein. Auf geeignete Titel wird hingewiesen. Eine Vollständigkeit kann dabei natürlich nicht erreicht werden. Als sehr hilfreich haben sich auch die Hilfefunktionen guter Statistiksoftware erwiesen.
- Die Unterstützung der Rechnungen durch Computer und Statistiksoftware darf keinesfalls zu einer „Computergläubigkeit“ verführen. Ohne ein gewisses Hintergrundwissen über die Eigenschaften der verwendet Funktionen, Tests und Grafiken sollten Ergebnisse nicht in Argumentationen eingesetzt werden.

„Für die **Qualität** der mathematischen Behandlung und deren mathematisches Ergebnis *gilt das Gesetz vom schwächsten Kettenglied*.“ [1].

Kettenglieder in diesem Sinne sind

- die Wahl des mathematischen Modells;
- die Wahl des mathematischen Lösungsverfahrens;
- die Beschreibung der konkreten Situation durch mathematisch spezifizierte Daten.

Die Einordnung von SPC

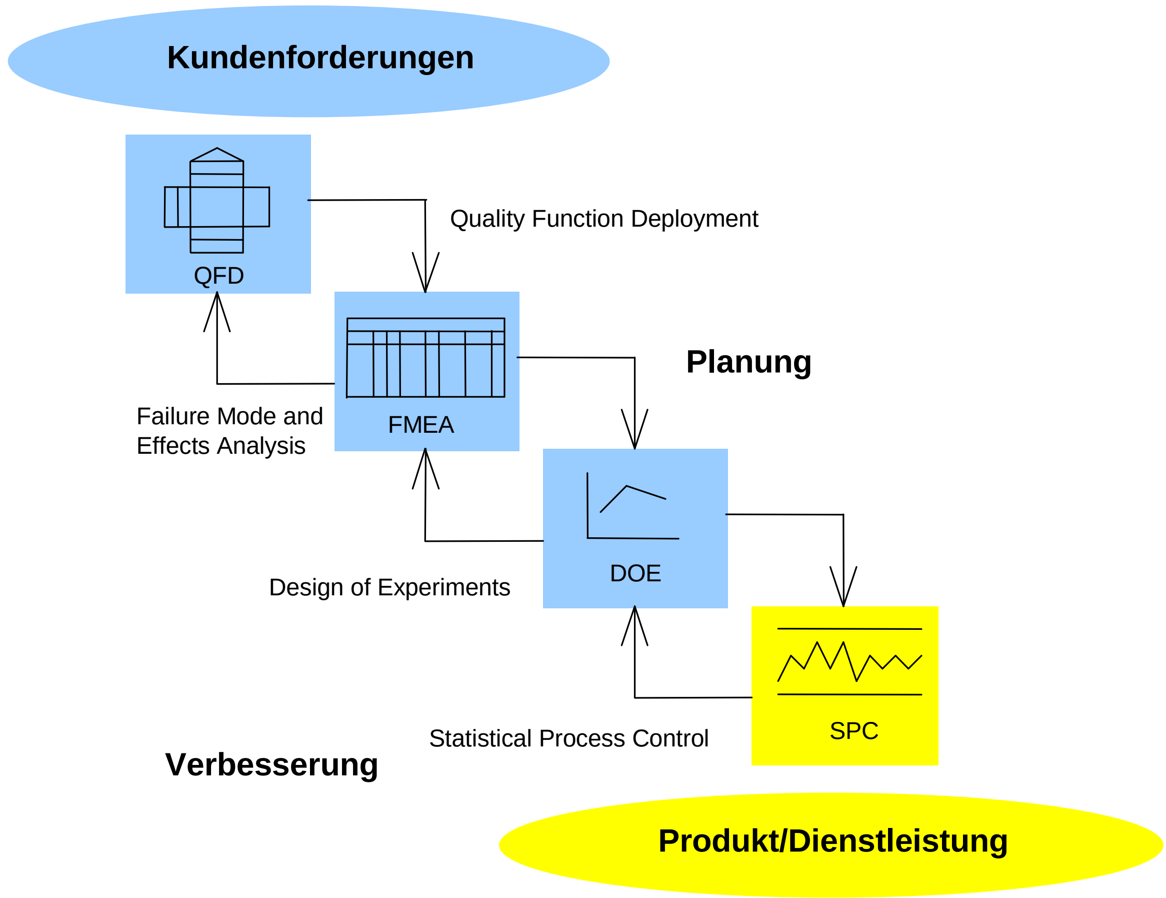

Bild 1: SPC im Entwicklungs- und Verbesserungsprozess

Der Begriff SPC

S **Statistical**

aus Erfahrungen auf empirische Gesetzmäßigkeiten schließen

P **Process**

gleich- und regelmäßig sich wiederholender Ablauf

C **Control**

überwachen, regeln

Zum Umfeld der SPC-Verfahren gehören im erweiterten Sinne auch diejenigen Werkzeuge des Qualitätsmanagements, die sich zur Problemerkennung, Problempriorisierung und kreativen Problemlösung etabliert haben. Auf einige wird im Folgenden hingewiesen und es werden einige PC-Unterstützungen angeboten.

Das Regelungssystem

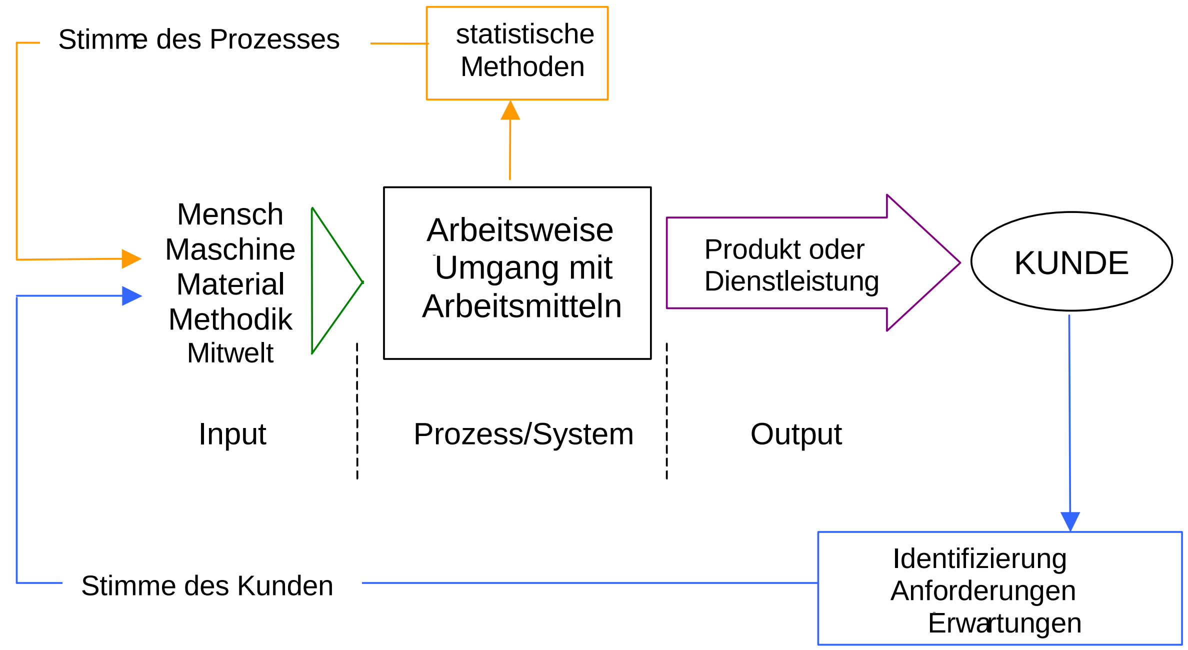

Bild 2: SPC als Regelsystem

SPC verknüpft im Zusammenspiel mit weiteren Werkzeugen die Kundenforderungen mit der Prozessorganisation.

Das Konzept der Verlustfunktion

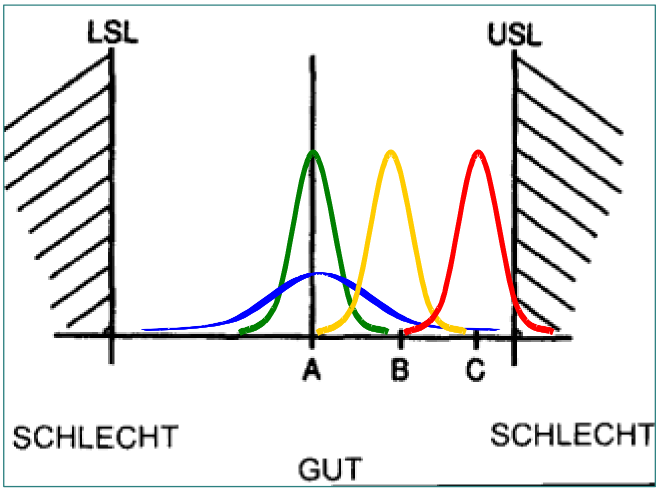

Bild 3: Die traditionelle „Torpfostenmentalität“

Eine traditionelle Sichtweise von Qualität verlangt, dass alle Merkmale innerhalb der Spezifikationen des Kunden liegen. Wo der Merkmalswert innerhalb der Toleranz tatsächlich liegt ist dabei weniger von Belang. Eine griffige Bezeichnung dafür ist die „Torpfostenmentalität“.

Jedes Merkmal hat eine bestimmte technisch-physikalische Funktion zu erfüllen. Dies ist im Zustand **A** (grüne Kurve) sicherlich am besten gewährleistet. Im Falle **C** (rot) ist bereits mit deutlichem Ausschuss zu rechnen (Verlust im Unternehmen). Der Fall **B** liegt noch recht sicher in der Toleranz, aber nicht mehr zentriert.

Doch wird die technisch-physikalische Funktion gegenüber der Lage **A** weniger gut sein (z. B. erhöhter Verschleiß, erhöhter Energieverbrauch, geringere Lebensdauer). Die Kosten dafür treten in der Regel erst beim Nutzer auf und sind auch schwer quantifizierbar. Im Falle Kurve **A** blau werden ebenfalls viele Teile weniger gut funktionieren, die Wahrscheinlichkeit für Ausschuss ist deutlich gestiegen.

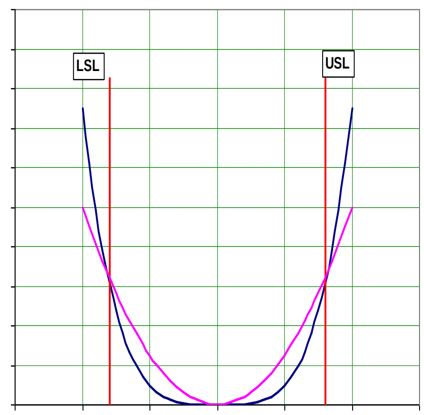

Bild 4: Beispielhafte Verlustfunktionen als Parabeln unterschiedlicher Steilheit

Nach allgemeiner Auffassung nehmen die Verluste bei Abweichung vom Sollwert [Zielwert] (*target value*) eine Parabelform an.

Beide Kurven verursachen etwa gleiche Ausschusskosten, sind aber unterschiedlich sensitiv bezüglich der Verluste für den Kunden (Sollwertorientierung). Die flachere Kurve kann auch als „robust“ bezeichnet werden. Um robustere Prozesse zu erreichen, können Versuchspläne z. B. nach Taguchi (Signal-Rausch-Verhältnis) verwendet werden (Workbook DoE). Die komplette Kostensituation wird erst deutlich, wenn die Verteilung der Merkmalswerte ins Spiel kommt, es entsteht die gewichtete Verlustfunktion.

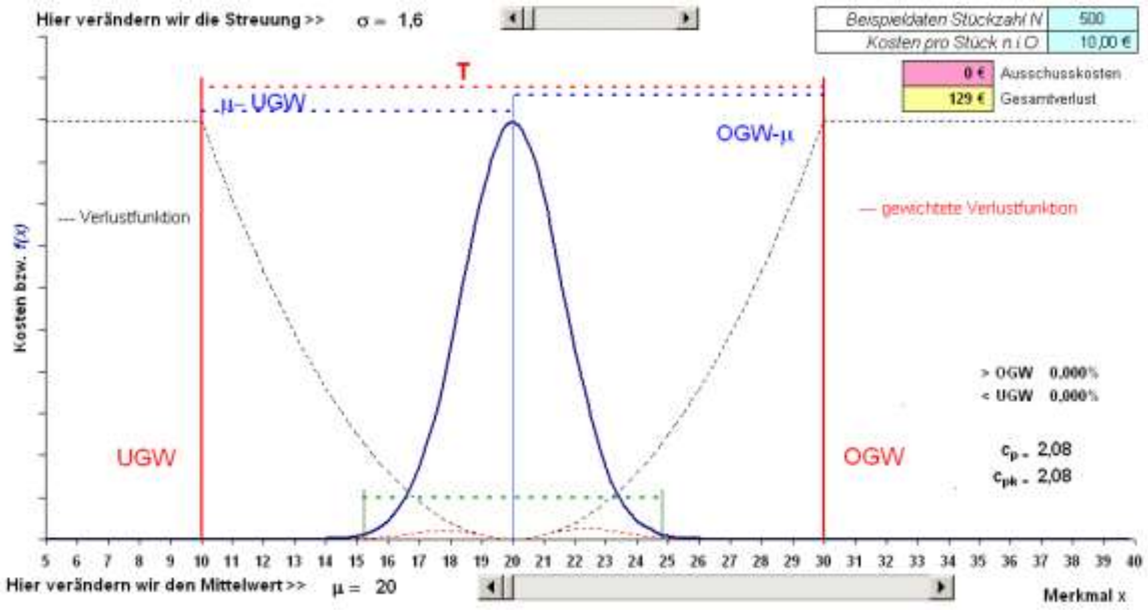

Bild 5: Berechnungsbeispiel für gewichtete Verlustfunktion (zentrierter Zustand)

Bild 5 geht davon aus, dass eine sichere 100-Prozent-Prüfung vor Auslieferung erfolgt, die Kostenkurve also nicht weiter durch versteckte Mängel ansteigt. Der Imageschaden durch Reklamationen ist wertmäßig kaum zu greifen. Das Bild geht weiter davon aus, dass die Verluste für den Kunden die Ausschusskosten nicht übersteigen.

Datei: Fähigkeit_Verlustfunktion.xls

Die Sollwertorientierung ist also der Kern einer modernen Auffassung von Qualität. Gleichzeitig ist es das Ziel, die Prozesse möglichst „robust“ zu halten, um die Sensitivität gegenüber Abweichungen zu verringern (Vergleich der Kurven in Bild 5). Für die diesbezügliche Bewertung von Prozessen dienen die im Abschnitt Prozessfähigkeit vorgestellten Kennzahlen.

Das Grundverständnis von SPC

Die Streuung und ihre Ursachen

Die ISO 9000 zur Streuung von Merkmalen in natürlichen oder technischen Prozessen in Punkt 2.10:

“Streuung lässt sich bei vielen Tätigkeiten in deren Verhalten und Ergebnis beobachten, selbst im Zustand augenscheinlicher Stabilität. Diese Streuung lässt sich in messbaren Merkmalen von Produkten und Prozessen feststellen und kann in mehreren Stufen über den Lebenszyklus eines Produkts hinweg von der Marktforschung bis zum Kundendienst und der Entsorgung vorhanden sein.“

- **Unterschiede** zwischen den Produkten können groß oder nicht messbar klein sein, aber sie **sind immer präsent**.
- **Zufällige Ursachen** (*common causes, random causes*) verweisen auf **viele** Streuungsursachen, die über der Zeit gleich bleiben.**Systematische Ursachen** (*special causes*) treten nur zeitweise auf. Diese können für den Prozess schädlich oder vorteilhaft sein.Das Verständnis dieser zwei grundsätzlichen Streuungsursachen ist eine Schlüsselfrage für das Verständnis von SPC überhaupt.In Zusammenhang mit der Prozesslenkung werden gewöhnlich zwei Fehler gemacht:

- Man ordnet eine festgestellte Abweichung oder einen Fehler einer systematischen Ursache zu, obwohl die Abweichung eigentlich eine zufällige und somit prozesstypisch ist.
- Man ordnet eine festgestellte Abweichung oder einen Fehler einer zufälligen Ursache zu, obwohl tatsächlich eine systematische Ursache vorliegt.

Wenn auch der Wert (Ausprägung) eines einzelnen Merkmales durch den Zufall bestimmt und nicht exakt vorhersagbar ist, so bildet die Menge oder Masse der Ausprägungen doch Charakteristika, die den Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechung zugänglich sind.

Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung ist charakterisiert durch:die **Lage** (*Location*), ein typischer „zentraler, mittlerer“ Wert

- die **Streuung** (*Spread, Variation, Dispersion*), ein Bereich vom kleinsten bis zum größten Wert
- die **Form** (*Shape*). Sie kann symmetrisch oder auch unsymmetrisch (*Skewness*) sein. Dabei muss außerdem die Wölbung (*Kurtosis*) beachtet werden.

Die Berechnung statistischer Kennwerte

Die Mittelwerte

Der Mittelwert, mathematisch genauer der arithmetische Mittelwert, kennzeichnet die Lage des Merkmals. Bei symmetrischen Verteilungen ist es gleichzeitig die Stelle mit den häufigsten Werten (Gipfel der Dichtekurve) (EXCEL: =MITTELWERT()).

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Der **Median** ist der mittlere Wert von den in aufsteigender Reihenfolge geordneten Messwerten. Bei ungeraden Anzahlen ***n*** von Messwerten ist dies genau ein Wert. Bei ungeraden Anzahlen ***n*** gilt das arithmetische Mittel der zwei Werte aus der Mitte der geordneten Reihe (EXCEL: =MEDIAN())

Der **Modalwert** ist der häufigste Wert aus einer Stichprobe. Bei stetigen Merkmalen repräsentiert er den Gipfel der Wahrscheinlichkeitsdichte (EXCEL: =MODALWERT()). Falls bei einem geringen Stichprobenumfang keine Messwerte mehrfach vorkommen, gibt EXCEL bei dieser Funktion die Fehlermeldung #NV aus.

Die Streuungskennwerte

Die **Spannweite *R*** ist die Differenz zwischen dem größten und kleinsten Wert. Die Spannweite ist das einfachste Maß für die Streuung einer Stichprobe (EXCELl: =MAX()-MIN()). In der QS-9000 wird die Spannweite bevorzugt angewendet.

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Ein weiterer Kennwert für die Streubreite der Stichprobe ist die **Standardabweichung *s*** (EXCEL. =STABW()).

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Die Berechnung von ***s*** ist auf statistischen Taschenrechnern einfach möglich, jede Statistiksofteware berechnet diesen Wert. Zu beachten ist, dass sowohl die Taschenrechner als auch EXCEL zwei Formeln anbieten. Für die Stichprobenstandardabweichung gilt die Berechnung mit n-1 (Tasten [**s**] oder [σ_{n-1}]).

Die Art der Streuungsberechnung aus Stichproben ist für Regelkarten entscheidend und birgt oft Anlass zu Missverständnissen. Grund dafür ist, dass die Mathematik zur Schätzung der Standardabweichung mehrere Wege anbietet. Für die Einzelstichprobe erhält man die Standardabweichung auch über die Spannweite, muss aber einen Korrekturfaktor d_n bzw. d_2 (QS-9000) verwenden, der vom Stichprobenumfang ***n*** abhängig ist.

$$s = R / d_n$$

Für die Zusammenfassung von ***k*** Stichproben sind folgende Wege möglich.

(1) $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k} s_j^2}$ Wurzel aus dem Mittelwert der ***s²***

(2) $\hat{\sigma} = \overline{R} / d_n$ statt ***d_n*** bei QS-9000 ***d_2***

(3) $\hat{\sigma} = \overline{s} / a_n$ statt ***a_n*** bei QS-9000 ***c_4***

(4) $\hat{\sigma}_{ges} =$ Standardabweichung über alle Einzelwerte

Die Formeln (2) und (3) sind einfacher zu rechnen und haben sich mit dem PC eigentlich erledigt. Die Formeln (1) bis (3) sind insofern gleichwertig (trotz unterschiedlicher numerischer Ergebnisse) als sie die mittlere Streuung von Stichproben ausrechnen. Treten nur zufällige Ursachen auf, dann liegt damit die kleinste mögliche Streuung oder Minimalstreuung vor. Die Formel (4) berücksichtigt als Gesamtstreuung auch die Streuung zwischen den Stichproben und damit auch Langzeitursachen.

Der Vergleich der Ergebnisse von Formel (4) und der Minimalstreuung aus (1), (2) oder (3) gibt Aufschluss darüber, ob solche Langzeitursachen signifikant sind. In einem solchen Fall hat dies ebenso Konsequenzen für die Wahl der Regelkarte wie für die Berechnung von Prozessfähigkeitskennzahlen.

Die Formkennwerte

Zum tieferen Verständnis von Prozessen und der treffenden Auswahl von Prozessmodellen bedarf es noch der Kenntnis der Form der Verteilungen.

Die **Schiefe** (*skewness*) charakterisiert die Symmetrie bzw. Unsymmetrie eine Verteilung (EXCEL: =SCHIEFE()). Symmetrische Verteilungen haben die Schiefe Null. Das Vorzeichen bestimmt eine linksschiefe/rechtssteile (-) oder rechtsschiefe/linkssteile Verteilung (+).

Typischerweise entstehen linkssteile Verteilungen bei nullbegrenzten Merkmalen, dazu gehören die Form- und Lageabweichungen, z. B. der Rundlauf, die Rauheit oder auch die Lebensdauer. Rechtssteile Verteilungen können z. B. beim Gießen oder Spritzgießen beobachtet werden, wo beim Abkühlen ein unterschiedlicher Materialschwund einsetzt.

Der **Exzess** (Wölbung oder auch Steilheit) charakterisiert, inwieweit eine Verteilung steiler oder flacher als die Normalverteilung ist. Dazu wird die Kurtosis berechnet und mit der Normalverteilung (Wert 3) verglichen. Die EXCEL-Funktion: =KURT() oder die Statgraphics-Funktion KURTOSIS(x) berechnen bereits diese Differenz zur Normalverteilung und damit im Sinne der DIN 55350 T21 eigentlich den Exzess bzw. die Wölbung (*kurtosis*).

Eine positive Wölbung weist auf eine relativ schmale, spitze Verteilung hin. Eine negative Wölbung weist auf eine relativ flache, breitgipflige Verteilung hin. Ein flache Verteilung (typischerweise eine Tafelbergform) ergibt sich z. B. dann, wenn der Mittelwert des Merkmals einem Trend unterliegt, etwa durch einen Werkzeugverschleiß.

Dateien: Klassierung_2.xls, Einzelwerte.xls

Die Quantile

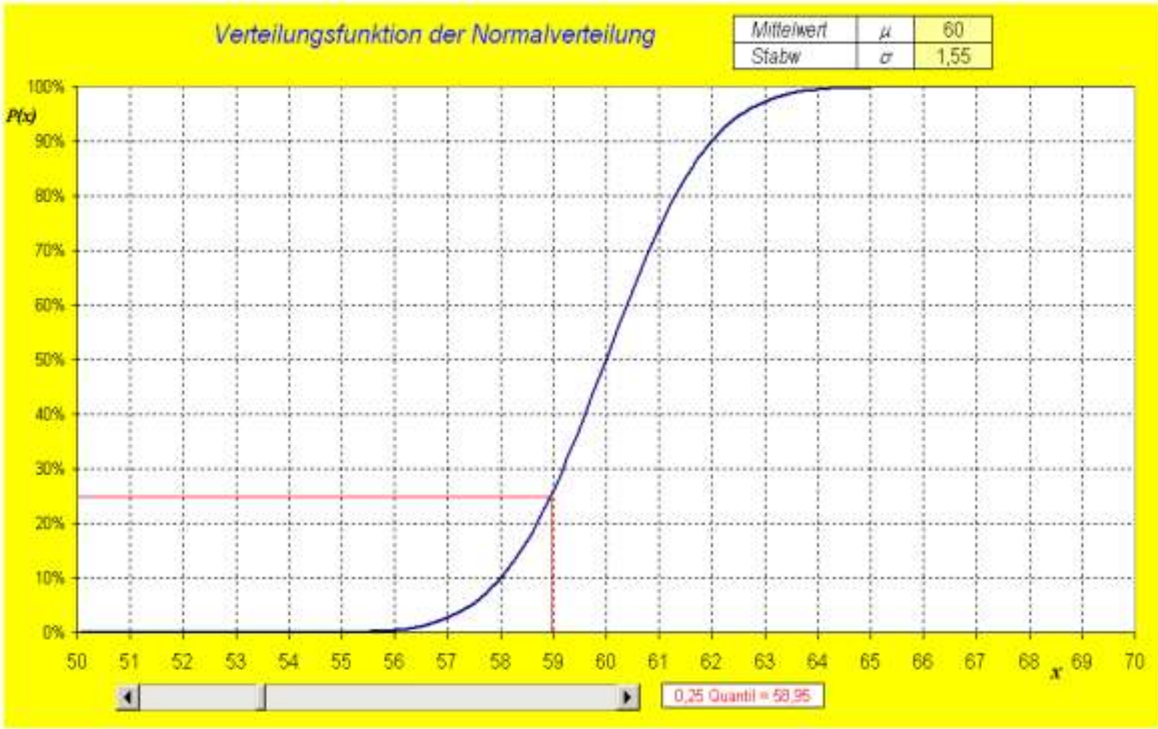

Bild 22: Verdeutlichung von Quantil und Verteilungsfunktion

Ein **Quantil** ist ein Merkmalswert, für den die Verteilungsfunktion eine vorgegebene Wahrscheinlichkeit ***p*** annimmt. Z. B. ist der Median das Quantil für ***p***=**0,5**. Die bei den Boxplots erwähnten Quartile sind Quantile bei jeweils ***p***=**0,25** und ***p*** =**0,75**. Nimmt man die Wahrscheinlichkeiten in **%**, dann spricht man von **Perzentilen**.

EXCEL-Funktion	=QUANTIL(Matrix, Alpha)	(Alpha) entspricht ***p***
	=QUARTIL(Matrix, Quartil)	(Quartil von 1, 2, 3, 4, 5)

1 = MIN, 2 = 25 %, 3= Median, 4 = 75 %, 5= MAX

Bedeutsam für Regelkarten sind die Perzentile von 0,5 %, 99,5 %, 2,5 %, 97,5 %, 0,135 % und 99,865 %. Die Berechnung erfolgt zweckmäßig mit Statistiksoftware. Zur Veranschaulichung dient das Bild für das Quantil ***p*** = 0,25 bzw. 25 % Perzentil.

Datei: Normalverteilung.xls

Die V-Maskendarstellung

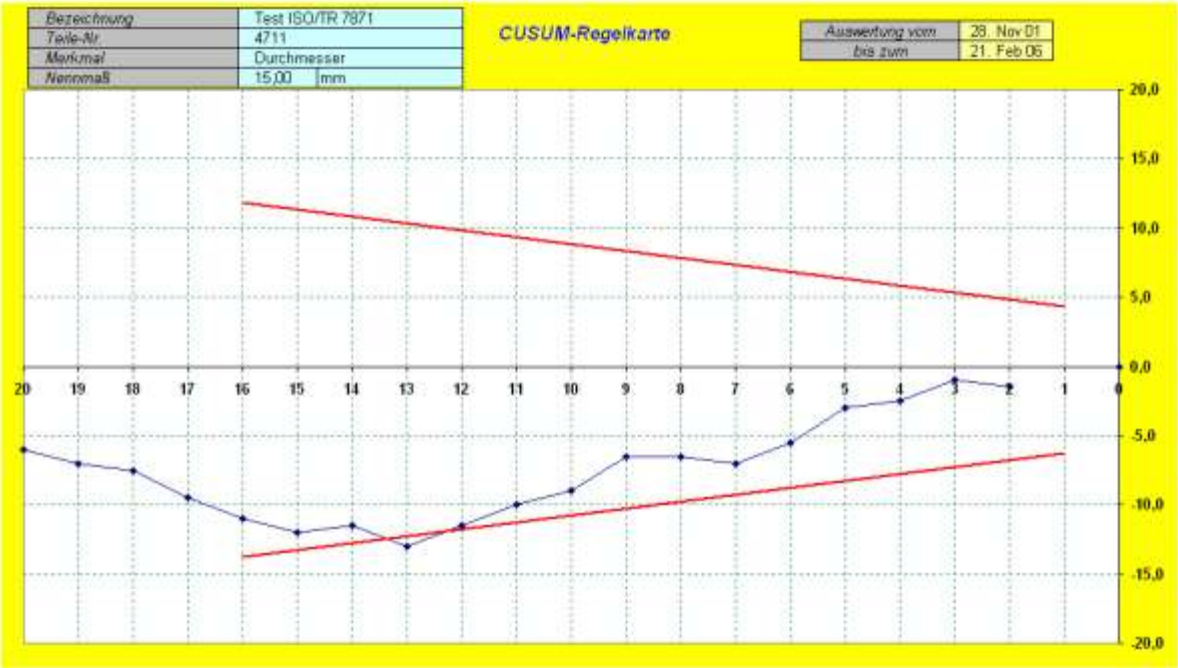

Bild 37: CUSUM Regelkarte in der V-Maskendarstellung

Die Eingriffsgrenzen liegen nicht parallel. Ein Eingriff wird angezeigt, wenn ein Datenpunkt außerhalb der Eingriffsgrenzen liegt (hier bei Probe 13). Nach den Maßnahmen infolge der Grenzüberschreitung wird die Summation von neuem begonnen, das Gedächtnis wird sozusagen „gelöscht".

Die tabellarische Darstellung

Kriterium für Eingriff	H	10,60	upper cusum		lower cusum	
Datum/Zeit	Prüfer	Istwert	x_i-K_1	$\Sigma(x_i$-$K_1)$	x_i-K_2	$\Sigma(x_i$-$K_2)$
21.2.06 16:26	315					
20.02.06	232	20,00	4,00	12,00	6,00	0,00
19.02.06	232	18,00	2,00	8,00	4,00	0,00
18.02.06	232	14,00	-2,00	6,00	0,00	0,00
17.02.06	232	15,00	-1,00	8,00	1,00	0,00

Bild 38: Beispielhafte Tabelle zur CUSUM-Regelkarte

Die Berechnung geht z. T. aus dem Bild hervor. Das Kriterium ***H*** berechnet sich nach dem σ des Prozesses, dem gewählten Risiko α und einer zulässigen Abweichung vom Sollwert δ. Wird das Kriterium ***H*** über- oder unterschritten, wird eingegriffen (in der Tabelle rot hervorgehoben). In einem Diagramm lassen sich, im Gegensatz zu klassischen Karten, nicht die Daten sondern die zwei Summen der Abweichungen darstellen.

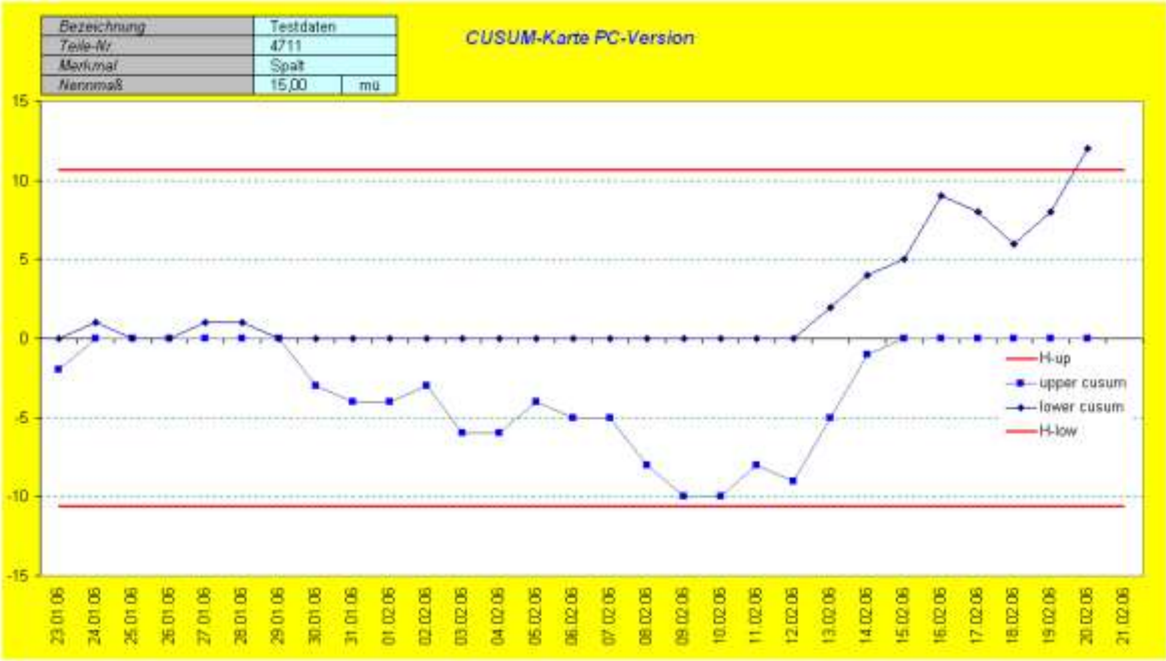

Bild 39: CUSUM-Karte in der tabellarischen Form, umgesetzt als Diagramm

Im mittleren Verlauf ist ein Trend nach unten zu erkennen, der sich dann nach oben bis zum Eingriff bewegt.

Für die Streuung kann bei Stichproben eine übliche ***s***-Karte verwendet werden, bei Einzelwerten eine **Moving-R-Karte**. Diese Karte bildet die Spannweite **R** aus aufeinanderfolgenden Werten, in der Regel zwei Werte. Die Grenzen berechnen sich wie bei der üblichen R-Karte mit ***n***=2.

Vorteile:
- bessere Empfindlichkeit für Trends

Nachteile:
- schlechtere Empfindlichkeit für plötzliche Änderungen
- ungewohnte Form der V-Maske
- PC erforderlich

Dateien: CUSUM_V.xls, CUSUM_PC.xls

Die EWMA-Karte

Aus der Summation vom Prozessbeginn bzw. vom Eingriff an ergibt sich, dass die CUSUM-Karte ein „Gedächtnis“ hat, welches vom Start an alle Werte gleich gewichtet.

Eine Karte, die zurückliegende Werte weniger gewichtet, also immer „vergesslicher“ wird, ist mit der EWMA-Karte gegeben.

Eine Zeitreihe wird exponentiell geglättet, indem folgende Berechnung angewendet wird.

$$z_t = \lambda x_t + (1-\lambda) z_{t-1} \qquad \text{mit } \mathbf{0 < \lambda < 1}$$

Die Fähigkeit bei nicht normalverteilten Merkmalen

Die Schätzungen von c_p bzw. p_p sind robust gegenüber Abweichungen von der Normalverteilung.

Für c_{pk} oder p_{pk} ist dies aber nicht mehr der Fall. Die Unsymmetrie der Verteilung kann eine erhebliche Fehlberechnung dieser PFI bewirken.

Die Vorgehensweise in diesen Fällen:

1. die Transformation der Verteilung in eine (annähernde) Normalverteilung
2. die Übertragung des **6σ**-Bereiches der Normalverteilung adäquat auf die Nichtnormalverteilung (Quantile von 0,135 % und 99,865 %).

Beide Lösungswege sind nur mit PC-Einsatz praktisch anwendbar. Der zweite Weg hat noch den Vorteil der besseren Anschaulichkeit und ist unter dem Begriff der „Prozentpunktmethode" bekannt.

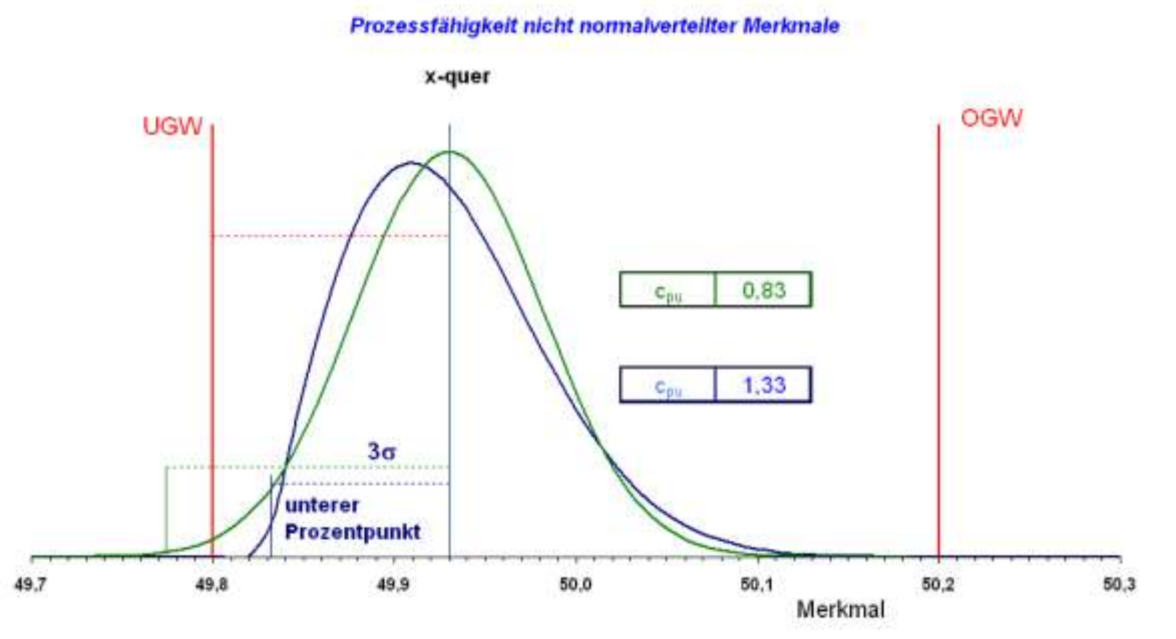

Bild 45: Vergleich einer Weibullverteilung (blau) mit einer Normalverteilung

Arithmetischer Mittelwert und Standardabweichung beider Verteilungen sind gleich. Die Symmetrie der Normalverteilung weist theoretisch Werte unterhalb der Spezifikationsgrenze auf. Folgt das Merkmal tatsächlich aber der dargestellten Weibullverteilung, dann ist eine realistischere Prozessfähigkeit gegeben. Der untere Prozesspunkt ist das 0,135 % Quantil der Weibullverteilung und folgt methodisch dem 2. Lösungsweg.

Die Prozesse typisieren

Kenngrößen zur Charakterisierung der Verlaufsform

nd	normal verteilt	*normally distributed*
nnd	nicht normalverteilt	*not normally distributed*
1 M	unimodale Mischverteilung	*mixed distributed with one mode only*
asw	beliebige Verteilungsform	*any shape whatever*

Zeitabhängigkeit der Verteilungsparameter

c	die Kenngröße ist konstant
r	die Kenngröße ändert sich nur zufällig *(randomly)*
s	die Kenngröße ändert sich nur systematisch
sr	die Kenngröße ändert sich sowohl systematisch als auch zufällig

„s“ in „sr“ bedeutet z. B. einen Trend

Der Fall der nicht normalverteilten Merkmale zeigt, dass solide Prozessanalysen vorliegen müssen, wenn praxistaugliche Fähigkeitsberechnungen geleistet werden sollen.

Als sehr praktische Hilfe haben sich dazu die Normen DIN 55319 und E DIN ISO 21747 erwiesen. Anhand von folgenden Kriterien werden Prozessverläufe typischen Kategorien zugeordnet (Tabelle 2):

Verteilungszeitmodelle

Merkmal	**A1**	**A2**	**B**	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**D**
Lage	c	c	c	r	r	s	sr	sr
Streuung	c	c	r	c	c	c	c	sr
Schiefe	c	c	c	c	c	c	c	sr
Wölbung	c	c	c	c	c	c	c	sr
MD	nd	nnd	nd	nd	nd	nd	nd	asw
RD	nd	nnd	1M	nd	1M	asw	asw	asw

Verteilungszeitmodelle

Berechnungs-methoden	**A1**	**A2**	**B**	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**D**
$M1_1$	x							
$M1_2$	x							
$M1_3$	x							
$M1_4$	x			x				
M2	x	x		x				
M3	x	x	x	x	x	x	x	x
M4	x	x	x	x	x	x	x	x
M5				x	x	x	x	
M6				x	x	x	x	

Die Methode **M4** rechnet mit den Quantilen und ist damit für alle Prozesse tauglich. Die praktische Schwierigkeit liegt darin, eine solide Schätzung der Quantile zu bekommen.

$$Cp = \frac{OGW - UGW}{\hat{Q}_{0,99865} - \hat{Q}_{0,00135}}$$

Methode **M3** arbeitet mit den Spannweiten ***R***.

$$Cp = \frac{OGW - UGW}{R}$$

Die Methoden **$M1_1$** bis **$M1_4$** sind <u>nur</u> für normalverteilte Merkmale ohne zusätzliche äußere Streuung anwendbar und damit praktisch sehr eingeschränkt. Die Methoden **M5** und **M6** berücksichtigen eine zusätzliche Mittelwertstreuung wie sie durch Chargenprozesse oder Trendprozesse auftreten kann.

Für c_{pk} oder p_{pk} sind die Formeln analog. In der Norm DIN 55319 sind die typisierten Prozessmodelle zur Veranschaulichung durch beispielhafte Grafiken dargestellt.

Datei: DIN55319.xls

Vertrauensbereiche von Prozessfähigkeitsmaßen

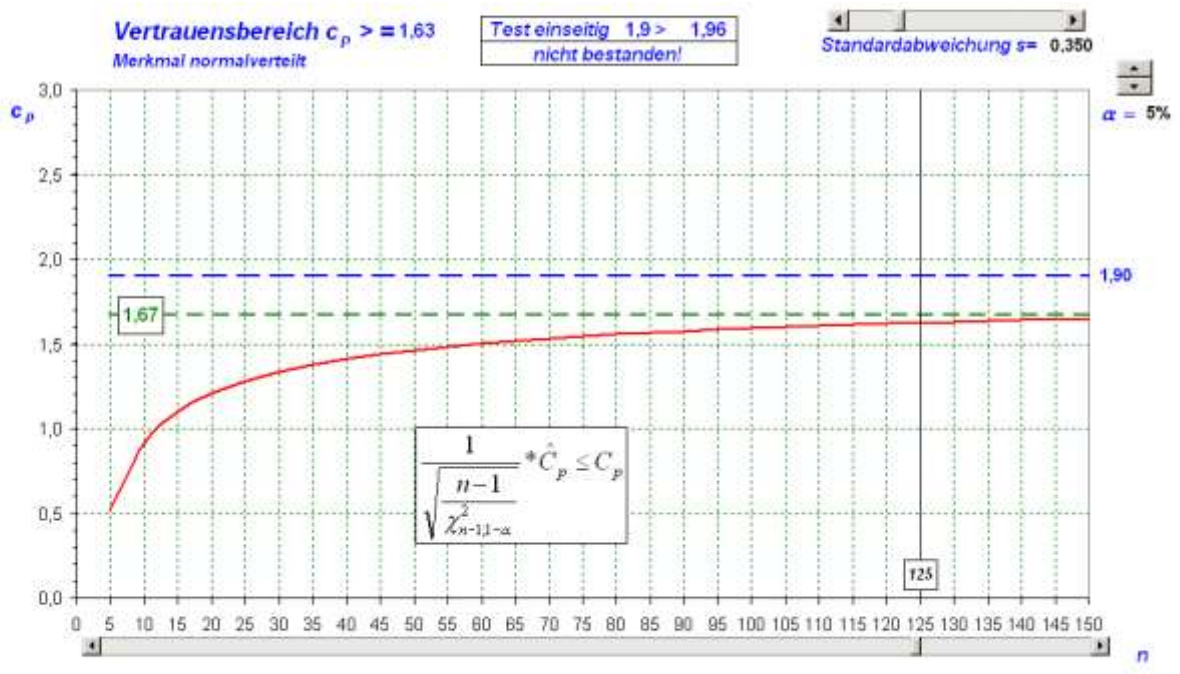

Bild 46: Einseitiger Vertrauensbereich und Testergebnis für $\boldsymbol{c}_{\mathbf{p\ dach}}$ in Abhängigkeit von ***n*** und α

Die Schätzungen von μ und σ aus Stichproben verursachen gegenüber dem Modell die davon ausgehenden Unsicherheiten. Es gilt also, sich einen Einblick in die Vertrauensbereiche für die berechneten PFI zu verschaffen. Dabei gilt der bekannte Grundsatz, dass die Vertrauensbereiche mit größerem ***n*** geringer werden.

Alternativ zu den Vertrauensbreichen können Tests durchgeführt werden, inwieweit ein vorgegebener Wert z. B. von **c_p = 1,67** signifikant überschritten wird. Da die Forderung besteht, vorgegebene PFI Werte mindestens zu erreichen, sind nur einseitige Vertrauensbereiche nach unten (*lower bound*) sinnvoll.

Für den Fall der Normalverteilung der Merkmalswerte liegen Berechnungsformeln für Vertrauensgrenzen zu **c_p** mit der Chi²-Verteilung vor.

Der Verlauf zeigt einen eigentlich erschreckend großen Vertrauensbereich für **c_p**. Die im Beispiel eingestellten Verhältnisse zeigen, dass auf der Basis von ***n* = 125** Messwerten bei einem geschätztem **$c_{p\ dach}$** von immerhin **1,90** der Vertrauensbereich den Sollwert von **c_p = 1,66** noch knapp verfehlt! Der Test bringt das gleiche Ergebnis.

Unabhängig von jeder Berechnung lässt sich festhalten, dass bei einem Schätzergebnis gleich der Vorgabe der tatsächliche **c_p** -Wert auch zu 50 % unter dieser Zielmarke liegen kann!

Für **C_{pk}** ist die Berechnung von Vertrauensgrenzen nur näherungsweise möglich. Nach BISSEL [6] lässt sich die folgende Formel verwenden (***z*** ist das Quantil der Standardnormalverteilung).

Dateien: VB_cp_einseitig.xls , VB_cp_zweiseitig.xls, VB_cpk.xls

Die Prozessfähigkeitsindices

Die Indices der 1. Generation

Berechnungsmodell

$$c_p = \frac{OGW - UGW}{6 \cdot \sigma}$$

$$c_{pu} = \frac{\mu - UGW}{3 \cdot \sigma} \qquad c_{po} = \frac{OGW - \mu}{3 \cdot \sigma}$$

$$c_{pk} = \min\{c_{po}; c_{pu}\}$$

Methode M4 nach DIN 55319 für beliebige Verteilungen

$$Cp = \frac{OGW - UGW}{\hat{Q}_{0,99865} - \hat{Q}_{0,00135}}$$

Methode M3 nach DIN 55319

$$Cp = \frac{OGW - UGW}{R}$$

Vertrauensbereiche (Normalverteilung vorausgesetzt)

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1;1-\alpha}}}} * \hat{C}_p \le C_p$$

Näherung nach BISSEL

$$C_{pk} \ge \hat{C}_{pk}\left[1 - z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{1}{9n\hat{C}^2_{pk}} + \frac{1}{2(n-1)}}\right]$$