



DESIGN OF EXPERIMENTS

Einführung in die statistische Versuchsplanung (DoE)

Stand 10-2016

TQU AG

Neumühlestrasse 42

8406 Winterthur, Schweiz

+41 52 / 202 75 52

www.tqu-group.com

Beat Giger

beat.giger@tqu-group.com

+41 79 / 629 38 37

Ausbildung zum Spezialisten in statistischer Versuchsplanung (DoE)

Teil 1: GSDA – graphische und statistische Datenanalyse (3 Tage)

- deskriptive Statistik und graphische Datenauswertung
- Prozessfähigkeit
- Konfidenzintervall / Vertrauensbereich
- Hypothesentests (t-Test / F-Test)
- Varianzanalyse und Regressionsanalyse
- Teststärke und Stichprobenumfang

Teil 2: DoE – statistische Versuchsplanung (3 Tage)

- voll- und teilfaktorielle Versuche auf 2 Stufen
- Versuche mit Center Point
- Umgang mit Störgrößen (Blockbildung / Kovarianzanalyse)
- voll- und teilfaktorielle Versuche auf 3 Stufen
- gemischt-stufige Versuchspläne
- Response Surface Designs

Links zu Seminausschreibung, Terminen, Anmeldung: [GSDA](#) (Teil 1) bzw. [DoE](#) (Teil 1+2)

Einführung in Design of Experiments (DoE)

	Seite
▪ Einführung in die statistische Versuchsplanung	4
▪ Auswertung von DoE-Versuchen	22
- Analyse eines 2-stufigen vollfaktoriellen Versuchs	
▪ Übersicht und Eigenschaften der verschiedenen Versuchsdesigns	32
▪ Weitere Beispiele von Versuchsauswertungen	39
- Beispiele mit Center Point	
- Beispiel eines Response Surface Designs	
▪ DoE in der Praxis	46

DESIGN OF EXPERIMENTS

EINFÜHRUNG

Erkenntnisgewinnung durch Versuche

Inputs werden variiert



Was ist DoE?

- Design of Experiments (DoE) ist eine Methodik zur Planung und statistischen Auswertung von Versuchen.

Ziel von DoE

- Ziel von DoE ist es, mit möglichst wenig Versuchsaufwand möglichst viel über die Zusammenhänge von Einflussvariablen (Inputs) und Ergebnissen (Outputs) zu erfahren ($Y = f(x_1 \dots x_n)$).

Nutzen von DoE

- Mit DoE gewonnene Informationen über die Zusammenhänge von Input und Output sind (statistisch) abgesichert und die Effekte der Inputvariablen und ihrer Wechselwirkungen auf den Output sind quantifizierbar.

Verschiedene Experimentier-Methoden

Versuch und Irrtum (Trial and Error)

- Veränderung von vielen Faktoren zur selben Zeit.

ein Faktor nach dem anderen (one-factor-at-a-time, OFAT)

- Veränderung von einem Faktor zur selben Zeit.

DoE-ANSÄTZE

2k-vollfaktorielle Versuchspläne (full factorial designs)

- Durchführung eines Sets von Versuchen auf zuvor definierten Stufen, wobei **alle** Einstellungskombinationen durchgeführt werden.

2k-teilfaktorielle Versuchspläne (fractional factorial designs)

- Durchführung eines Sets von Versuchen auf zuvor definierten Stufen, wobei **nicht alle** Einstellungskombinationen durchgeführt werden.

mehr- und gemischtstufige, voll- und teilfaktorielle Versuchspläne

voll- und teilfaktorielle Versuchspläne für nicht-lineare Zusammenhänge

Versuch und Irrtum

- **Problem:** Der Benzinverbrauch für ein Auto beträgt 10 l / 100 km
- **Ziel:** Benzinverbrauch < 9 l / 100 km
- **Lösung:**
 - Benzinmarke (ARAL, Shell, ...) ändern
 - höhere Oktanzahl (Benzin, Super)
 - langsamer fahren
 - Motor einstellen
 - Auto waschen und wachsen
 - neue Reifen
 - Reifendruck ändern

WAS, wenn es hilft?

WAS, wenn es nicht hilft?

One-factor-at-a-time (OFAT)

Vorgehen: Ein Faktor wird variiert und das Ergebnis beobachtet. Die bessere Einstellung wird beibehalten und der nächste Faktor untersucht.

Geschw.	Reifendruck	Oktanzahl	Verbrauch
80	2.5	96	8.4
100	2.5	96	9.8
80	3.0	96	8.2
80	3.0	91	8.8

Vorteil:

- einfache Vorgehensweise
- mit viel Glück ist man schnell am Ziel

Nachteile:

- wenig systematisches Vorgehen
- ein Optimum wird nur durch Zufall entdeckt
- Wechselwirkungen werden nicht erkannt

Frage:

- Wie viele Versuche benötigen Sie insgesamt?

DoE: vollfaktorieller Versuch (auf 2 Stufen)

Vorgehen: Für die zu untersuchenden Parameter werden jeweils 2 Stufen festgelegt. Alle möglichen Kombinationen werden durchgeführt.

Geschw.	Reifendruck	Oktanzahl	Verbrauch
80 (-1)	2,5 (-1)	91 (-1)	7,6
100 (+1)	2,5 (-1)	91 (-1)	9,0
80 (-1)	3,0 (+1)	91 (-1)	8,8
100 (+1)	3,0 (+1)	91 (-1)	9,4
80 (-1)	2,5 (-1)	96 (+1)	8,4
100 (+1)	2,5 (-1)	96 (+1)	9,8
80 (-1)	3,0 (+1)	96 (+1)	8,2
100 (+1)	3,0 (+1)	96 (+1)	9,6

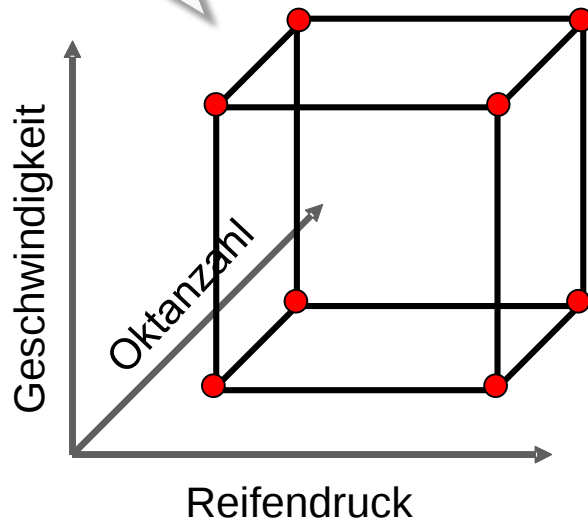
Vorteil: Alle Haupteffekte und alle Wechselwirkungen lassen sich berechnen.

Nachteil: Hoher Versuchsaufwand bei zunehmender Anzahl Einflussgrößen.

Schema vollfaktorieller Versuchspläne auf 2 Stufen

$2^{**2} / 2^{*2}$
Design

$2^{**3} / 2^{*2*2}$
Design



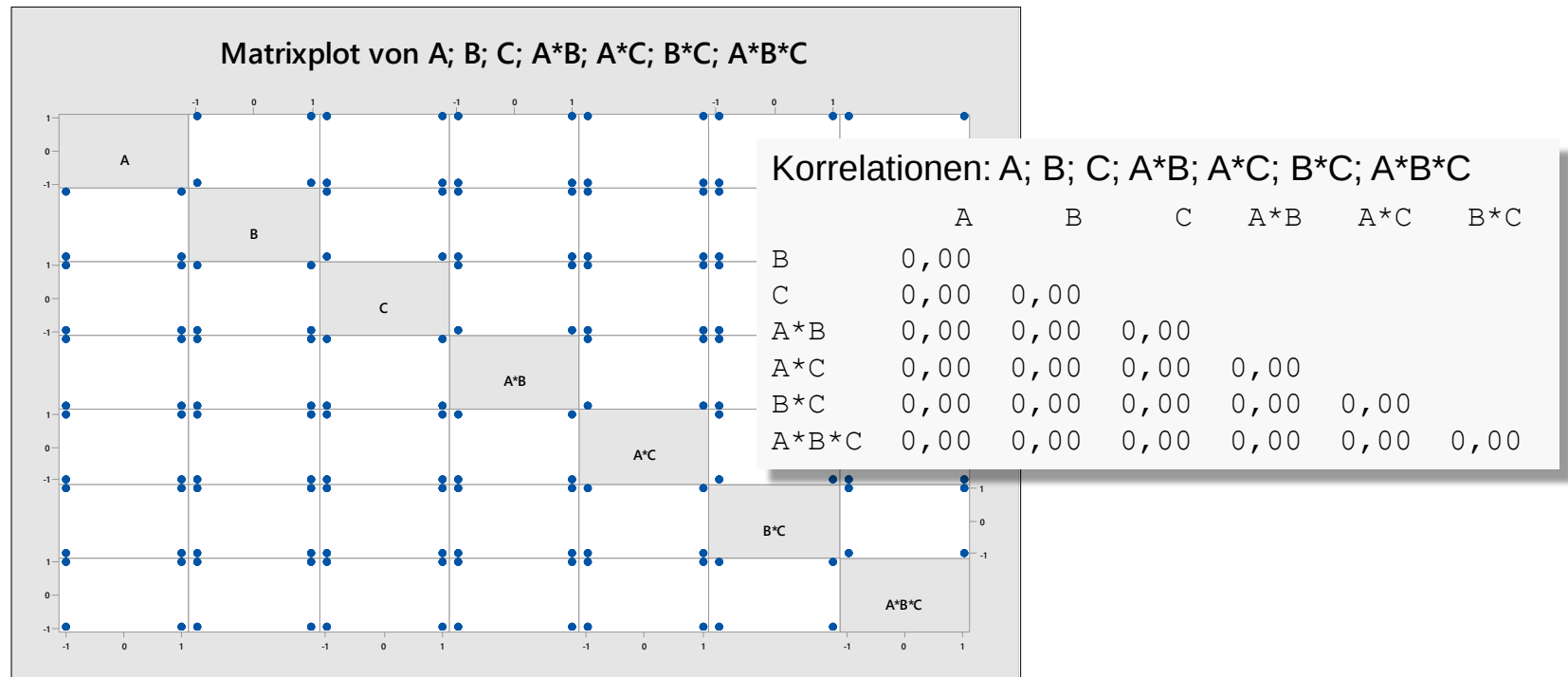
A	B	C	D
-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1
1	1	-1	-1
-1	-1	1	-1
1	-1	1	-1
-1	1	1	-1
1	1	1	-1
-1	-1	-1	1
1	-1	-1	1
-1	1	-1	1
1	1	-1	1
-1	-1	1	1
1	-1	1	1
-1	1	1	1
1	1	1	1

Versuchsplan mit Wechselwirkungsmuster

- 3 Faktoren auf je 2 Stufen
- $2^3 = 8$ mögliche Kombinationen vollfaktoriell
- 3 Haupteffekte, 3 Zweifach-Wechselwirkungen, 1 Dreifach-Wechselwirkung

A	B	C	A*B	A*C	B*C	A*B*C
-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Orthogonalität von Versuchsplänen

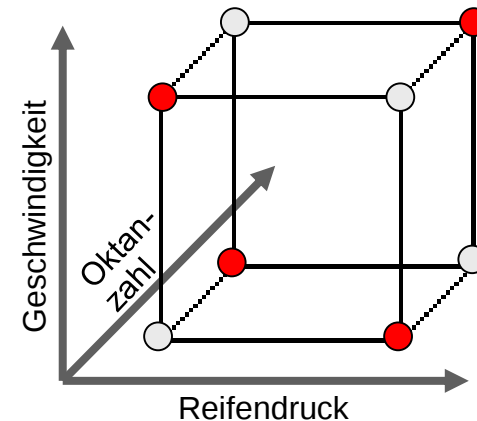


- Sämtliche Korrelationskoeffizienten sind null, d.h. es gibt keinen Zusammenhang zwischen den einzelnen Spalten, d.h. sie sind unabhängig.
- Solche orthogonalen Felder (unabhängige Spalten) sind die Grundlage, welche eine unabhängige Berechnung der Haupteffekte und Wechselwirkungen ermöglicht.

DoE: teilfaktorieller Versuch (auf 2 Stufen)

Vorgehen: Für die zu untersuchenden Parameter werden jeweils 2 Stufen festgelegt. Es werden jedoch nicht mehr alle Einstellungskombinationen durchgeführt.

- Versuche werden durchgeführt
- Versuche werden weggelassen



Geschw.	Reifendruck	Oktan-zahl	Verbrauch
80 (-1)	2,5 (-1)	96 (+1)	8,4
100 (+1)	2,5 (-1)	91 (-1)	9,0
80 (-1)	3,0 (+1)	91 (-1)	8,8
100 (+1)	3,0 (+1)	96 (+1)	9,6

Vorteil: Deutlich **weniger Versuchsaufwand** gegenüber vollfaktoriellem Versuch.

Nachteil: Wegen Überlagerungen können nicht mehr alle WW aufgelöst werden.

Erstellen von teilfaktoriellen Versuchsplänen

- 4 Faktoren mit je 2 Stufen
- $2^4 = 16$ mögliche Kombinationen vollfaktoriell, 8 Kombinationen teilfaktoriell

A	B	C	A*B	A*C	B*C	D (A*B*C)
-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

- Bei teilfaktoriellen Versuchen werden Wechselwirkungsspalten höherer Ordnung mit einem oder mehreren zusätzlichen Hauptfaktoren belegt.
- Dadurch lassen sich nicht mehr alle Wechselwirkungen uneingeschränkt analysieren.

Anzahl Versuche: vollfaktoriell bzw. teilfaktoriell

Stufen	Faktoren	Anzahl Versuche vollfaktoriell	Anzahl Versuche teilfaktoriell
2	2	4	--
2	3	8	4
2	4	16	8
2	7	128	64 / 32 / 16 / 8
2	10	1024	 128 / 64 / 32 / 16
2	15	32.768	 128 / 64 / 32 / 16

Transparenz der Überlagerungen bei teilfaktoriellen Designs

- Durch die teilfaktorielle Vorgehensweise sind **Haupt- und Wechselwirkungen teilweise überlagert**, so dass nicht mehr alle Wechselwirkungen (WW) analysiert werden können.
- Wie stark die Überlagerungen sind und welche Terme miteinander überlagert sind, ist schon bei der Planung der Versuche ersichtlich, so dass damit umgegangen werden kann.

2-fach Wechselwirkungen können in aller Regel noch analysiert werden.

Auflösung zweistufiger Versuchspläne (2k Designs)

Volle Auflösung keine Überlagerung von Haupt- und Wechselwirkungen
vollfaktorielle Designs → **Analyse aller Wechselwirkungen**
(sinnvoll für bis zu 4 Inputfaktoren)

.....

Auflösung V Überlagerung von Haupteffekten mit 4-fach WW ($1 + 4 = V$),
von 2-fach WW mit 3-fach WW ($2 + 3 = V$)

Auflösung IV Überlagerung von Haupteffekten mit 3-fach WW ($1 + 3 = IV$),
von 2-fach WW mit andern 2-fach WW ($2 + 2 = IV$)
2k-teilfaktorielle Designs mit $R > III$ → **Analyse der 2-fach WW**
(sinnvoll von 4 – 15 Inputfaktoren)

.....

Auflösung III Überlagerung von Haupteffekten und 2-fach Wechselwirkungen
($1 + 2 = III$)

2k-teilfaktorielle Designs mit $R = III$ → **nur Haupteffekte**
(Screening Designs)
(bis zu 47 Inputfaktoren in 48 Versuchen)

Übersicht teilfaktorieller Versuchspläne (2k Designs)

Verfügbare faktorielle Versuchspläne (mit Auflösung)														
	Faktoren													
Dur	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	Voll	III												
8		Voll	IV	III	III	III								
16			Voll	V	IV	IV	IV	III	III	III	III	III	III	III
32				Voll	VI	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV
64					Voll	VII	V	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV
128						Voll	VIII	VI	V	V	IV	IV	IV	IV

Verfügbare Plackett-Burman-Versuchspläne mit Auflösung III					
Faktoren	Durchläufe	Faktoren	Durchläufe	Faktoren	Durchläufe
2-7	12, 20, 24, 28, ..., 48	20-23	24, 28, 32, 36, ..., 48	36-39	40, 44, 48
8-11	12, 20, 24, 28, ..., 48	24-27	28, 32, 36, 40, 44, 48	40-43	44, 48
12-15	20, 24, 28, 36, ..., 48	28-31	32, 36, 40, 44, 48	44-47	48
16-19	20, 24, 28, 32, ..., 48	32-35	36, 40, 44, 48		

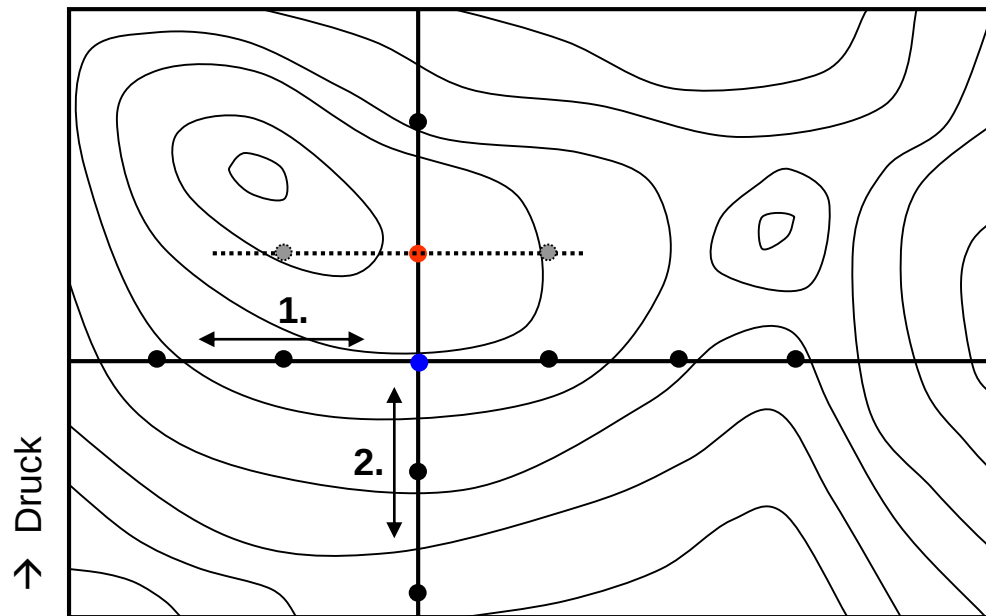
Auswertung teilfaktorieller Versuche

Konsequenzen der Überlagerungen

- Aufgrund der teilfaktoriellen Vorgehensweise können Wechselwirkungen nicht mehr uneingeschränkt analysiert werden.
 - Die Auswertung erfolgt wie bei einem vollfaktoriellen Designs. Die Ergebnisse der statistischen Auswertung müssen jedoch wegen der Überlagerungen immer auch **technisch interpretiert** werden.
 - Tabellen geben Auskunft darüber, welche Terme miteinander überlagert sind. Dies hilft sowohl beim Entscheid für ein Designs, als auch später bei der Versuchsauswertung.
-
- Die Praxis hat gezeigt, dass **v.a. Haupteffekte signifikant** sind sowie **2-fach Wechselwirkungen zwischen signifikanten Haupteffekten**.
 - Wechselwirkungen höherer Ordnung (**>2-fach WW**) kommen in der Praxis sehr selten vor und können daher **vernachlässigt** werden.
 - Teilfaktorielle Versuchspläne führen i.d.R. zu **sehr guten Ergebnissen**, selbst bei einer starken Reduktion des Versuchsaufwands.

prinzipielle Vorgehensweise: OFAT

- Vorgehen bei One-factor-at the-time (OFAT):
 - Wir bewegen uns entlang von "Linien" und suchen den höchsten Punkt



→ Temperatur

- Max. Response bei konstantem Druck
- gefundenes "Optimum"

Ein Optimum wird nur durch Zufall entdeckt.

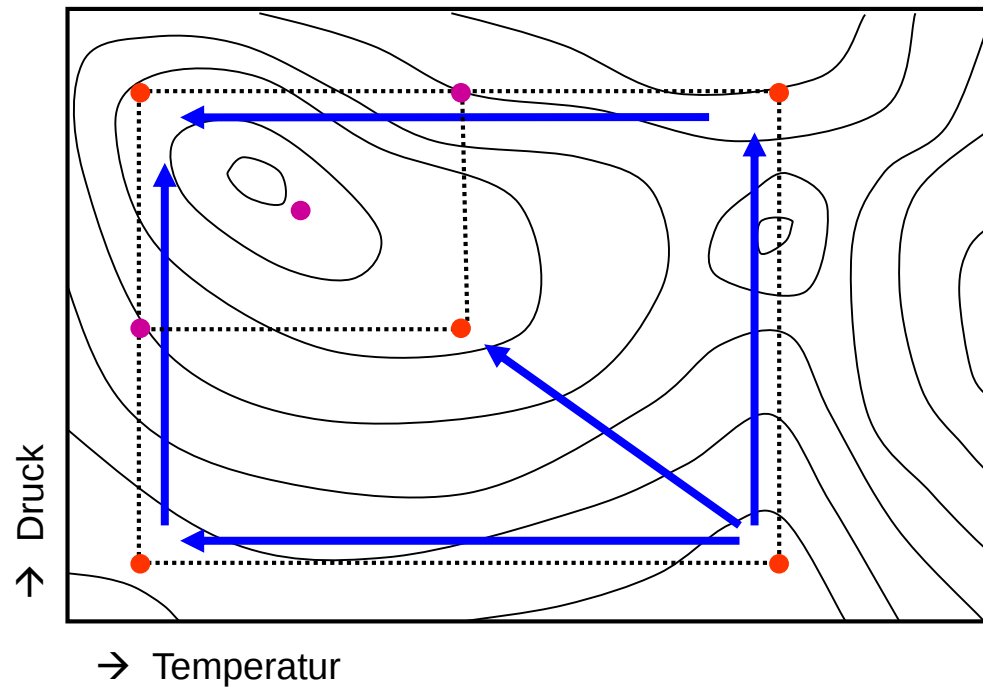
Wechselwirkungen zwischen Faktoren sind nicht erkennbar.

OFAT und Wechselwirkungen

	Druck 1	Druck 2
Temp 1	20	40
Temp 2	50	12

prinzipielle Vorgehensweise: DoE

- Mit dem Aufspannen von Versuchsfeldern / -räumen erhält man eine Richtung, in der das **Optimum** liegt.



DoE-Versuche benötigen insgesamt weniger Versuche und weniger Zeit.

Mit DoE lernt man sehr viel über das System und seine Zusammenhänge.

Vorteile faktorieller Experimente

Nach DoE geplante Experimente

- ... benötigen **weniger Einzelversuche** als "OFAT"-Experimente.
- ... erlauben die **Untersuchung von Haupteffekten und Wechselwirkungen**.
- ... ermöglichen eine **Quantifizierung der Effekte** der Hauptfaktoren sowie der Wechselwirkungen.
- ... erlauben eine **statistische Auswertung** und damit eine Aussage darüber, ob die untersuchten Faktoren einen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis haben.
- ... ermöglichen die **Beschreibung des funktionalen Zusammenhangs** zwischen den Inputfaktoren und dem Ergebnis in einem mathematischen Modell.
- ... führen zu einem **ungleich größeren Know-how-Zuwachs**.

→ Nie wieder "trial and error"- oder "one-factor-at-a-time"-Versuche !!
(mit dem Ziel ein System zu optimieren; Abklären ist etwas anderes)

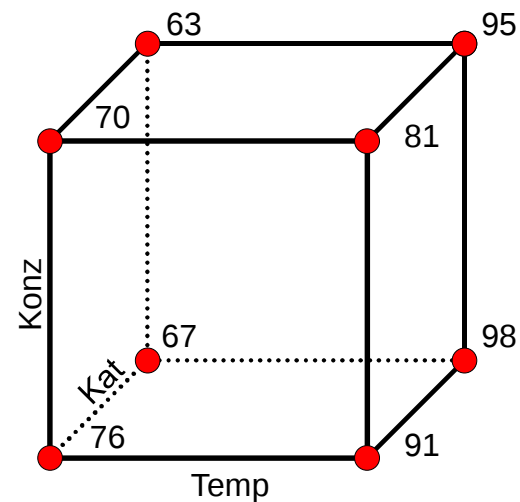
AUSWERTUNG VON DOE-VERSUCHEN

Beispiel 1: vollfaktorieller Versuch (2^3)

Inputfaktoren

- Temperatur: 160°C (-1) / 180° C (+1)
 - Konzentration: 20% (-1) / 40% (+1)
 - Katalysator: Kat A (-1) / Kat B (+1)
- Zwei quantitative und ein qualitativer Inputfaktor werden in einem vollfaktoriellen Versuch auf zwei Faktorstufen variiert:

AUSBEUTE3.MTW ***				
↓	C5	C6	C7	C8
	Temp	Konz	Kat	Ausbeute
1	-1	-1	-1	76
2	1	-1	-1	91
3	-1	1	-1	70
4	1	1	-1	81
5	-1	-1	1	67
6	1	-1	1	98
7	-1	1	1	63
8	1	1	1	95



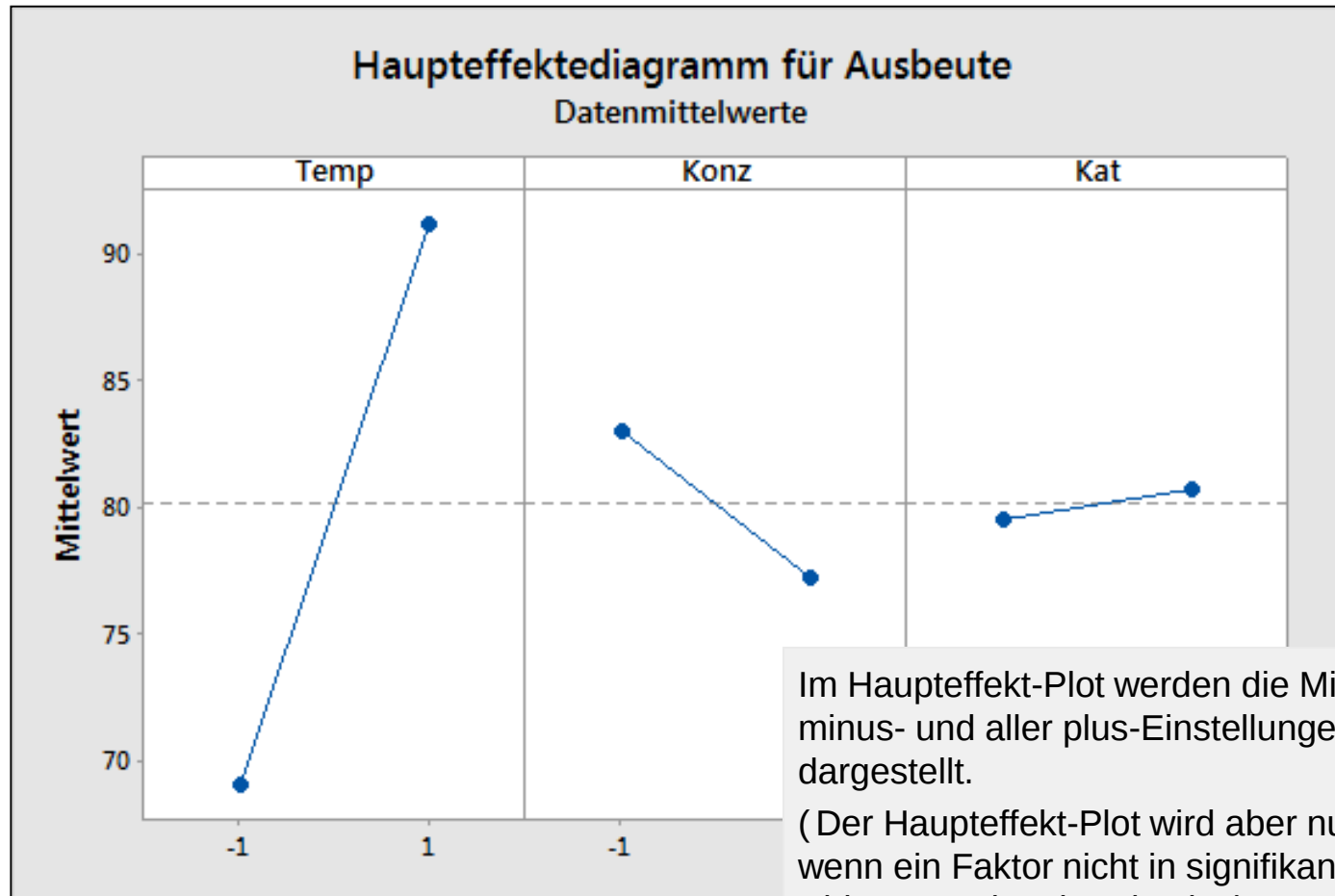
Beispiel 1: Haupt- und Wechselwirkungen

- Berechnen der Mittelwerte $xq (+)$ und $xq (-)$ für jeden Faktor und jede Wechselwirkung.
- Die Differenz von $xq (+)$ und $xq (-)$ ergibt den Effekt des betreffenden Faktors bzw. der entsprechenden Wechselwirkung.

Temp	Konz	Kat	Te*Ko	Te*Kat	Ko*Kat	T*Ko*Kat	Ausbeute
-1	-1	-1	1	1	1	-1	76
1	-1	-1	-1	-1	1	1	91
-1	1	-1	-1	1	-1	1	70
1	1	-1	1	-1	-1	-1	81
-1	-1	1	1	-1	-1	1	67
1	-1	1	-1	1	-1	-1	98
-1	1	1	-1	-1	1	-1	63
1	1	1	1	1	1	1	95

Temp	Konz	Kat	Te*Ko	Te*Kat	Ko*Kat	T*Ko*Kat	
91,25	77,25	80,75	79,75	84,75	81,25	80,75	xq (+)
69,00	83,00	79,5	80,50	75,50	79,00	79,50	xq (-)
22,25	-5,75	1,25	-0,75	9,25	2,25	1,25	Effekt

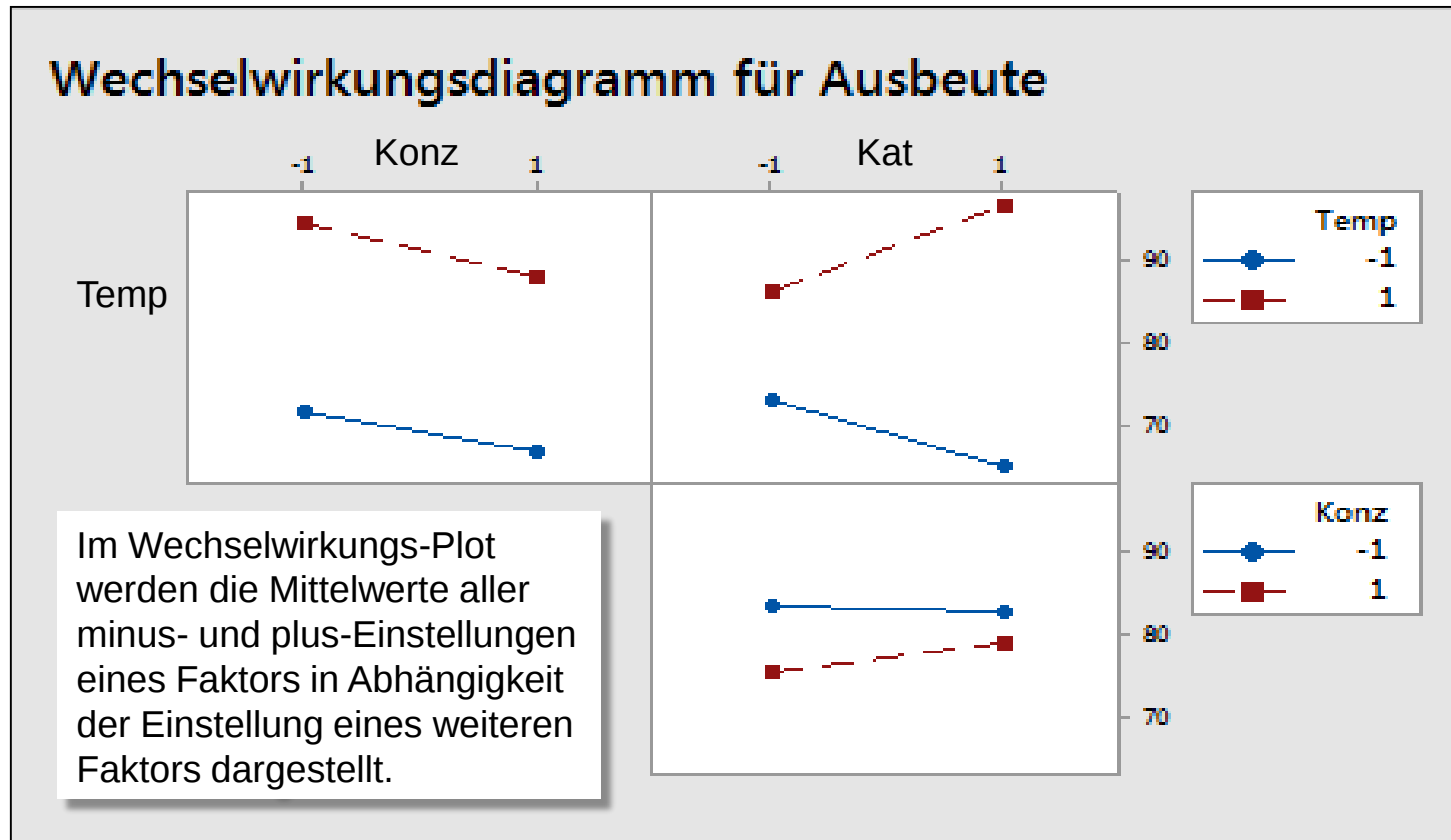
Beispiel 1: Darstellung von Haupteffekten



Im Haupteffekt-Plot werden die Mittelwerte aller minus- und aller plus-Einstellungen je Faktor dargestellt.

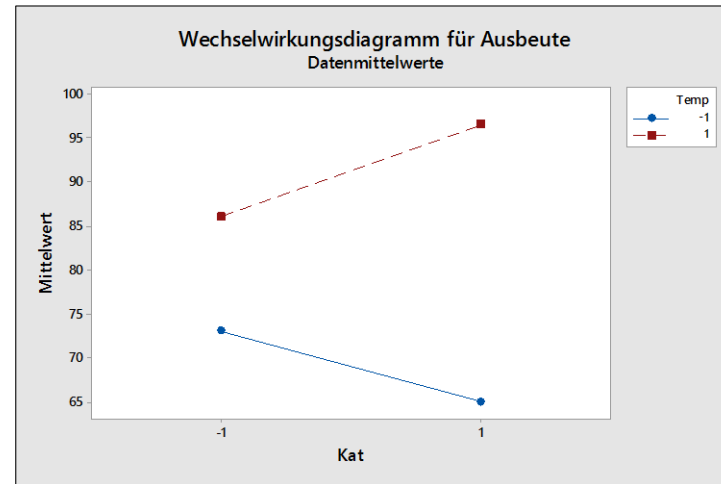
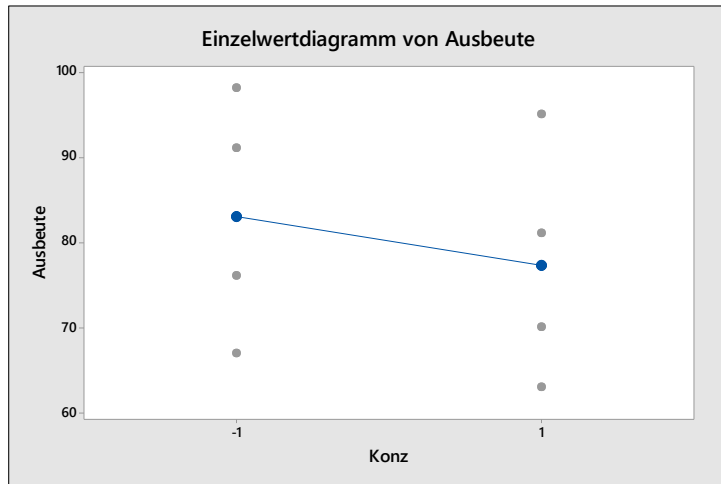
(Der Haupteffekt-Plot wird aber nur betrachtet, wenn ein Faktor nicht in signifikante Wechselwirkungen eingebunden ist.)

Beispiel 1: Darstellung von Wechselwirkungen



Der Grad der "Nichtparallelität" der Geraden ist ein Indikator für die "Stärke" der Wechselwirkung. Verlaufen die Geraden parallel, so besteht keine Wechselwirkung.

Beispiel 1: Auswertung ohne Statistik



Abschätzen der Aussagensicherheit

- Sind die sichtbaren Effekte der Konzentration bzw. der Wechselwirkung Temp*Kat zufällig zustande gekommen oder sind sie statistisch signifikant)?
- Ohne präzise statistische Analysewerkzeuge ist diese Frage nur "aus dem Bauch" zu beantworten. Ansatzpunkte zur Beurteilung sind:
 - Wie stark ist der Effekt?
 - Wie groß ist die Streuung?
 - Wie viele Werte stehen dahinter?



Achtung bei der Streuung!
Ein Grossteil der Streuung der Einzelwerte ist durch die Variation der Inputs im Versuch verursacht!

Beispiel 1: Ergebnisse der statistischen Auswertung

Estimated Effects and Coefficients for Ausbeute (coded units)

Term	Effect	Coef	P
Constant		80,125	0,000
Temp	22,250	11,125	0,001
Konz	-5,750	-2,875	0,034
Kat	1,250	0,625	0,478
Temp*Kat	9,250	4,625	0,009

beedeutet, dass in die Gleichung die codierten Werte eingesetzt werden (also -1 bzw. +1)

S = 2,189 R-Qd = 98,85% R-Qd(kor) = 97,31%

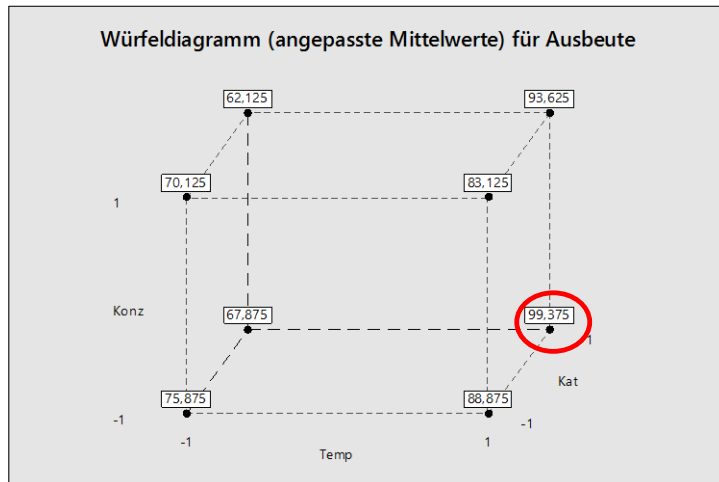
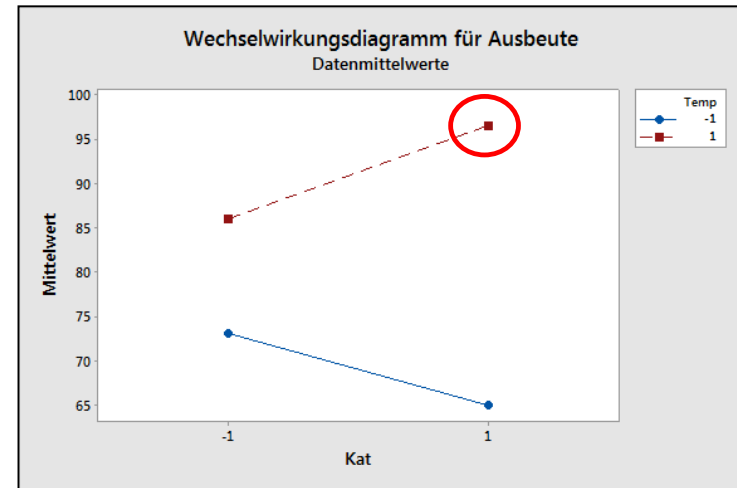
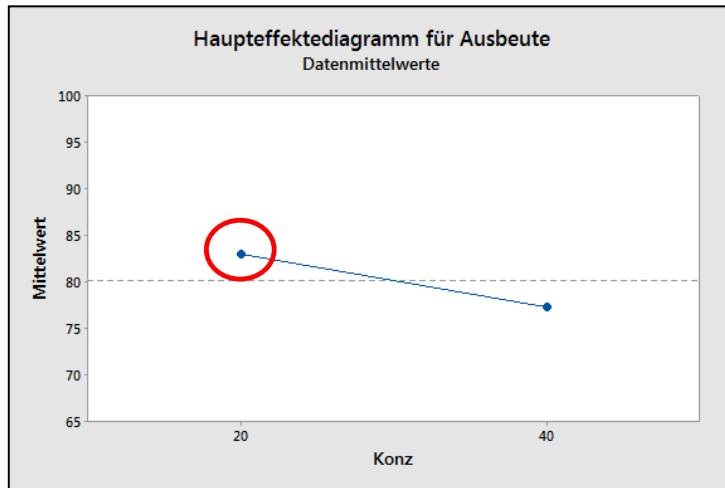
p-Wert

- Der p-Wert entspricht der Irrtumswahrscheinlichkeit bei der Behauptung, dass sich die Mittelwerte der minus- und plus-Stufe eines Faktors unterscheiden.
- Ein hoher p-Wert sagt aus, dass es sich beim beobachteten Unterschied um Zufall handelt, ein kleiner p-Wert weist auf einen statistisch signifikanten Unterschied hin.

Koeffizient

- Die Koeffizienten bestimmen den Zusammenhang zwischen einem Parameter und dem Ergebnis Y (Steigung der Geraden $y = a + b_1x_1 + \dots + b_nx_n$ wobei: $a = \text{Constant}$).

Beispiel 1: signifikante Haupt- und Wechselwirkungen



Interpretation

Das beste Ergebnis erhalten wir mit folgender Einstellung:

- Temperatur: 180° (+1)
- Konzentration: 20% (-1)
- Katalysator: Kat B (+1)

Beispiel 1: mathematisches Modell

Term	Coef	Einstellung	Coef x Einstell
Constant	80,125		80,125
Temp	11,125	+1	11,125
Konz	-2,875	-1	2,875
Kat	0,625	+1	0,625
Temp*Kat	4,625	+1	4,625
Ergebnisprognose			99,375
Standardabweichung			2,2

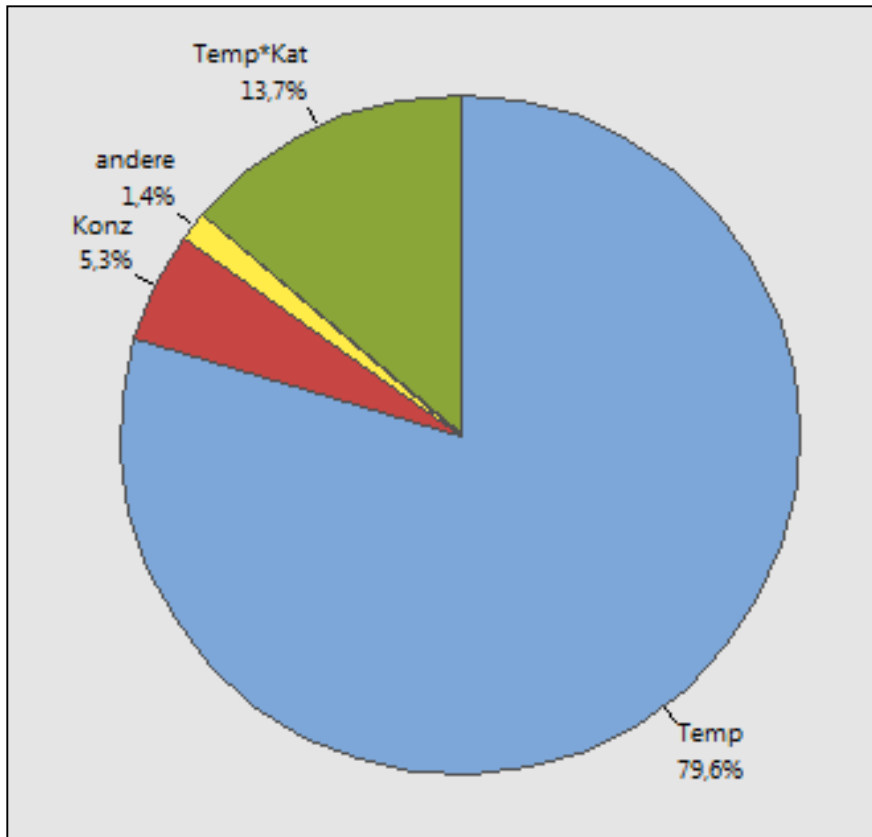
Die Koeffizienten beziehen sich auf die kodierten Einheiten -1 und +1!

- Entsprechend den Koeffizienten der signifikanten Faktoren kann die mathematische Gleichung $y = f(x)$ aufgestellt werden.

$$Y = \text{Const} + b_1 \cdot \text{Temp} + b_2 \cdot \text{Konz} + b_3 \cdot \text{Kat} + b_4 \cdot \text{Temp} \cdot \text{Kat}$$

- Die Standardabweichung gibt an, wie groß die Modellstreuung etwa sein wird.
- Mit dem mathematischen Modell können nun beliebige Einstellungen simuliert werden, aber Achtung: keine Extrapolation!!

Beispiel 1: relativer Erklärungsanteil der Einflussfaktoren

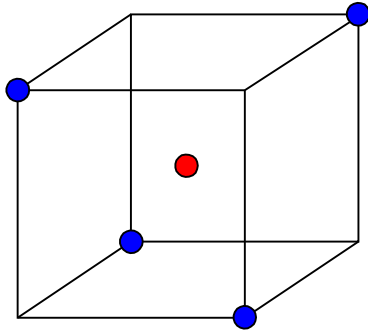


Interpretation

- Der wichtigste Parameter ist die Temperatur. Durch sie werden knapp 80% der im Versuch beobachteten Streuung erklärt.
- Am zweitwichtigsten ist die Wechselwirkung von Temperatur und Katalysator mit knapp 14% Erklärungsanteil.
- Die Konzentration ist mit einem Erklärungsanteil von ca. 5% der am wenigsten wichtige Einflussfaktor.
- Die unerklärte Reststreuung beträgt knapp 1,5 % der in der Versuchsreihe beobachteten Streuung.

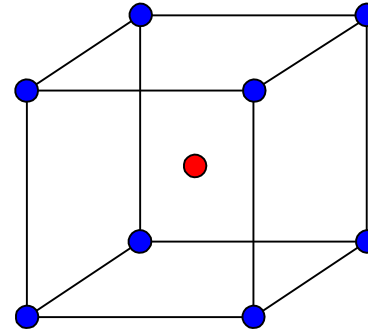
ÜBERSICHT DER VERSUCHSDESIGNS

Darstellung von Versuchsplänen als Versuchsraum



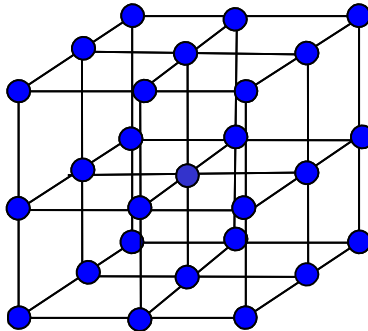
2k-teilfaktorieller Versuch

reduzierter Versuchsplan mit 3 Faktoren auf 2 Stufen plus Center Point (C.P.)



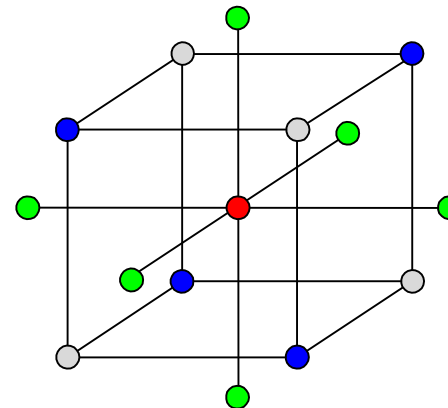
2k-vollfaktorieller Versuch

Versuchsplan auf 2 Stufen mit C.P.



Vollfaktorieller Versuch

Versuchsplan mit mehreren Faktoren auf mehr als 2 Stufen



Response Surface Design

Versuchsplan mit mehreren Faktoren auf 2 Stufen ergänzt durch Star Points

Übersicht verschiedener Versuchspläne

2k-teilfaktorielle Versuche	vollfaktorielle Versuche		Response Surface Designs
teilmfaktorielle Versuche mit 2 Stufen je Faktor	Versuche mit 2 Stufen je Faktor (2k-vollfaktoriell)	Versuche mit mehr als 2 Stufen je Faktor	Versuche für nicht-lineare Zshg. mit 5 Stufen / Faktor
Analyse der Haupteffekte und ggf. von 2-fach Wechselwirkungen	Analyse der Haupteffekte und sämtlicher Wechselwirkungen (WW)		
Parameter kennen lernen	Details über Parameter und Wechselwirkungen erfahren	Analyse quadratischer Effekte	
		nicht-lineare Einflüsse untersuchen, wichtige Parameter optimieren	
Parameter 3 - 47	max. 4	2 - 3	2 - max. 7

Eigenschaften der verschiedenen Designs (1)

2-stufige vs. > 2-stufige Designs

Versuchsaufwand

- Die Anzahl der Versuche steigt mit der Anzahl der Inputfaktoren und der Faktorstufen exponentiell!

Faktorstufen	Faktoren	Teilversuche
3	2	$3^2 = 9$
	3	$3^3 = 27$
	5	$3^5 = 243$
2	3	$2^3 = 8$
	5	$2^5 = 32$
	7	$2^7 = 128$

$$\text{Anzahl Versuche} = \text{Stufen}^{\text{Faktoren}}$$

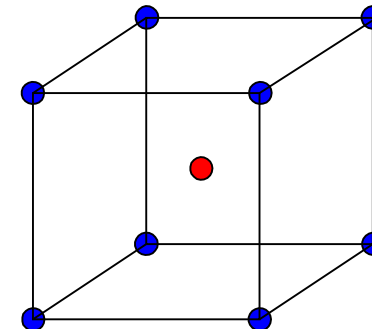
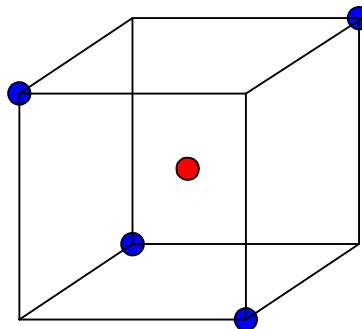
Nicht-lineare Einflüsse

- Wird ein Inputfaktoren auf **>2 Stufen** variiert, so kann abgeschätzt werden, ob sich dieser linear oder allenfalls nicht-linear auf das Untersuchungsergebnis auswirkt.
- Wird ein Faktor auf nur **2 Stufen** untersucht, so läuft man Gefahr, einen möglichen nicht-linearen Zusammenhang zwischen Input und Ergebnis zu übersehen.
- Dieser offensichtliche Mangel 2-stufiger Versuchspläne kann jedoch durch die Aufnahme eines sog. Center Points (C.P.) im Design beseitigt werden.

Eigenschaften der verschiedenen Designs (2)

Center Point-Designs zur Prüfung auf Nicht-Linearität

- Wird ein Faktor auf nur zwei Einstellungen variiert, kann durch die Aufnahme eines sog. Center Points (C.P.) ins Design mit wenig Zusatzaufwand statistisch überprüft werden, ob alle Inputfaktoren linearen Einfluss auf das Ergebnis haben.
 - Ist der Center Point nicht signifikant, dann haben alle im Versuch variierten Inputfaktoren linearen Einfluss auf das Ergebnis.
 - Ist der Center Point *signifikant*, dann hat *mind. ein Input nicht-linearen Einfluss*.
- Der C.P. ist die mittlere Einstellung aller Inputfaktoren.



Regel

- Sind nicht-lineare Zusammenhänge **nicht auszuschließen**, sollten Versuche auf 2 Stufen wenn möglich **mit Center Point** durchgeführt werden.
- Werden nicht-lineare Zusammenhänge **vermutet**, sollte ein **mehrstufiges Design** gewählt werden.

Eigenschaften der verschiedenen Designs (3)

Wechselwirkungen und vollfaktorielle Designs

- Bei vollfaktoriellen Versuchsplänen können unabhängig von der Anzahl Inputfaktoren und Stufen immer **alle Haupteffekte und Wechselwirkungen** (WW) analysiert und quantifiziert werden; bei vielen Inputfaktoren auch die 4-fach, die 5-fach usw. WW.
- In der **industriellen Praxis** sind jedoch (fast) ausschliesslich **Haupteffekte und 2-fach Wechselwirkungen von Bedeutung**.
 - Bei vielen Inputfaktoren (> 4) weisen vollfaktorielle Versuchspläne im Hinblick auf die Wechselwirkungen eine analytische Tiefe auf, die in der Praxis gar nicht gebraucht wird.

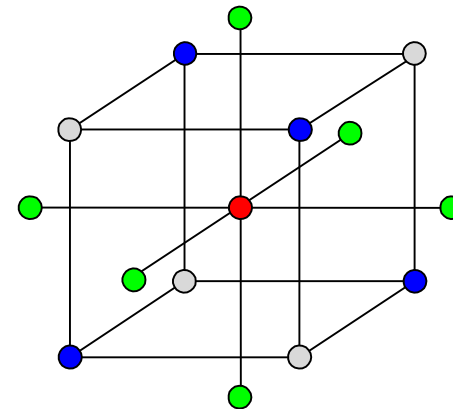
Wechselwirkungen und 2-stufige teilfaktorielle Designs

- Bei teilfaktoriellen Plänen kommt es immer zu einer Überlagerung von Effekten. Je stärker der Versuchsaufwand reduziert wird, umso stärker sind die Überlagerungen.
- 2k-teilfaktorielle Versuchspläne lassen sich danach unterscheiden, ob eine Analyse der 2-fach WW möglich ist oder nicht. Die Auflösung R gibt Auskunft darüber:
 - $R > III$ → 2k-teilfaktorielle Versuche, die eine Analyse der 2-fach WW erlauben
 - $R = III$ → **Screening-Designs**: erlauben nur die Analyse der Haupteffekte

Eigenschaften der verschiedenen Designs (4)

Quadratische Zusammenhänge und WW bei mehr-stufigen Designs

- Sobald die Inputfaktoren auf mehr als 2 Stufen variiert werden, kann die Auswertung quadratisch erfolgen und auch nicht-lineare Zusammenhänge berücksichtigen.
- Sowohl bei den dreistufigen oder gemischt-stufigen als auch bei den Response Surface Designs gibt es auch teilfaktorielle Versuchspläne.
- Diese Versuchsdesigns erlauben in der Regel eine Analyse der 2-fach Wechselwirkungen.



WEITERE AUSWERTE-BEISPIELE

Beispiel 2: Design mit signifikantem Center Point

Ausbeute4.mtw ***

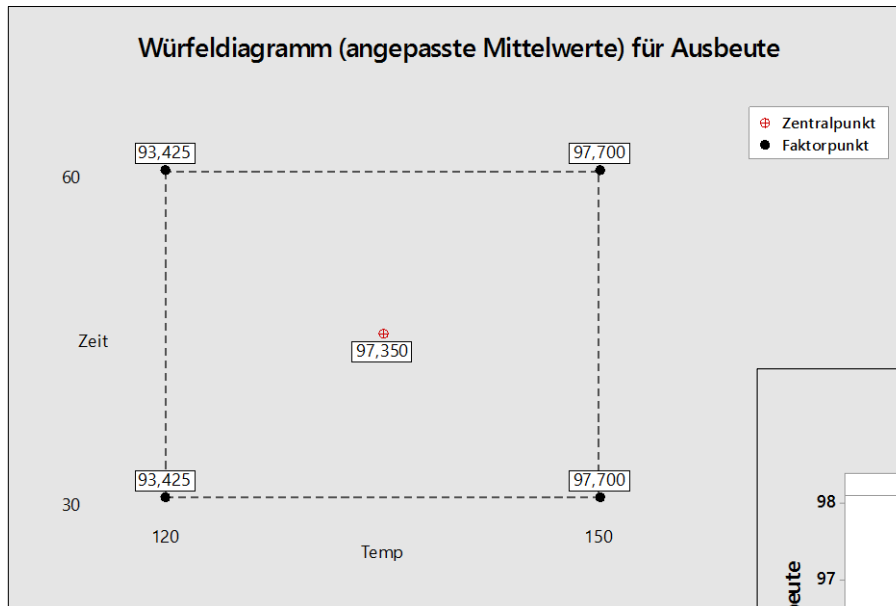
↓	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
	StdRfolge	Durchlaufreihenfolge	Zentralpunkt	Blöcke	Temp	Zeit	Ausbeute
1	11	1	0	1	135	45	96,5
2	3	2	1	1	120	60	94,3
3	5	3	1	1	120	30	93,4
4	8	4	1	1	150	60	97,4
5	9	5	0	1	135	45	98,3
6	2	6	1	1	150	30	97,3
7	10	7	0	1	135	45	97,4
8	4	8	1	1	150	60	98,2
9	7	9	1	1	120	60	93,2
10	12	10	0	1	135	45	97,2
11	1	11	1	1	120	30	92,8
12	6	12	1	1	150	30	97,9

Bei der statistischen Analyse ist der C.P. signifikant, d.h. mind. einer der Inputfaktoren hat nicht-linearen Einfluss auf das Ergebnis.

Statistische Auswertung

Term	Effekt	Koef	SE Koef	t	p
Konstante		95,563	0,2172	439,92	0,000
Temp	4,275	2,138	0,2172	9,84	0,000
ZtrPkt		1,788	0,3762	4,75	0,001

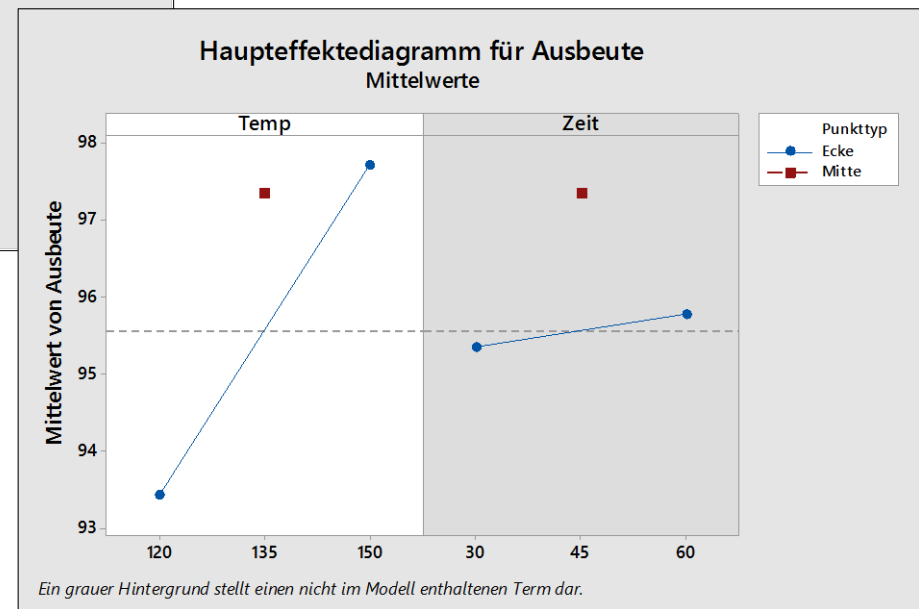
Beispiel 2: Design mit signifikantem Center Point



Der **Center Point** weicht stark vom **Gesamtmittelwert** ab, was auf einen nicht-linearen Einfluss von mindestens einem der Inputfaktoren hinweist.

Es lässt sich nicht sagen, welcher Faktor nicht-linearen Einfluss hat.

- > Der nicht-lineare Zusammenhang könnte sowohl von der Temp als auch von der (nicht-signifikanten) Zeit oder von beiden ausgehen.



Beispiel 3: Design mit nicht-signifikantem Center Point

Faktorielle Anpassung: Ausbeute versus Konz A

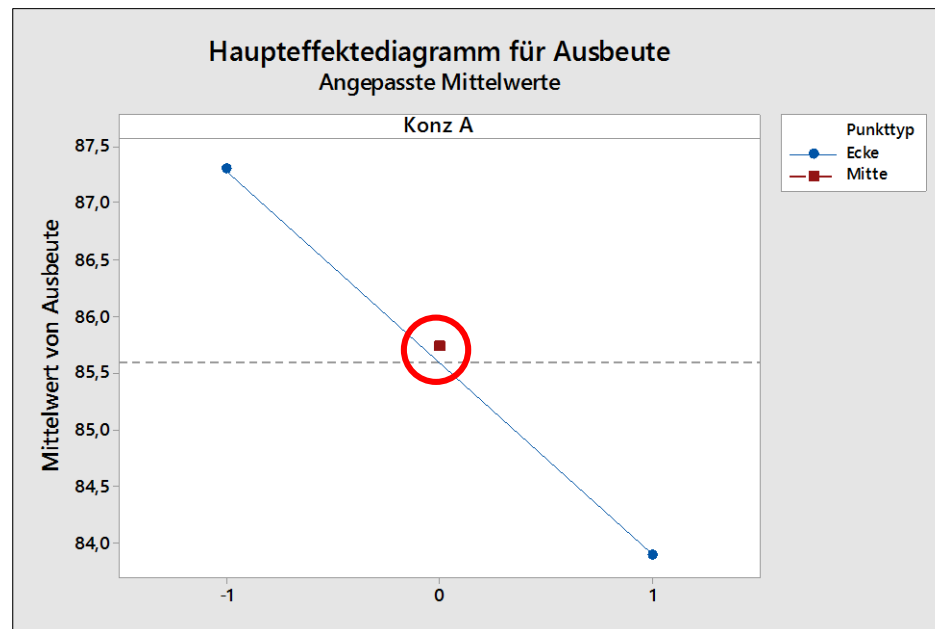
Geschätzte Effekte und Koeffizienten für Umwandlung (kodiert)

Term	Effekt	Koef	SE Koef	T	P
Konstante		85,636	0,2694	317,87	0,000
Konz A	-3,400	-1,700	0,3159	-5,38	0,000

$S = 0,893523$ $R\text{-}Q_{\text{d}} = 76,29\%$ $R\text{-}Q_{\text{d}}(\text{adj}) = 73,66\%$

Die **Abweichung des C.P. vom Gesamtmittelwert ist nicht signifikant**, sondern zufällig. Der C.P. wurde aus dem Modell entfernt.

Signifikant ist im Beispiel nur die Konzentration A, die minus-Einstellung ist die bessere.



Beispiel 4: Auswertung eines Response Surface Designs

Response Surface Regression: Ausbeute versus Temp; Druck

The analysis was done using **coded units**.

Term	Coef	SE Coef	T	P
Constant	87,3750	1,0018	87,216	0,000
Temp	-1,3837	0,7084	-1,953	0,099
Druck	0,3620	0,7084	0,511	0,628
Temp*Temp	-2,1437	0,7920	-2,707	0,035
Druck*Druck	-3,0938	0,7920	-3,906	0,008
Temp*Druck	-4,8750	1,0018	-4,866	0,003

S = 2,004 R-Sq = 88,7% R-Sq(adj) = 79,2%

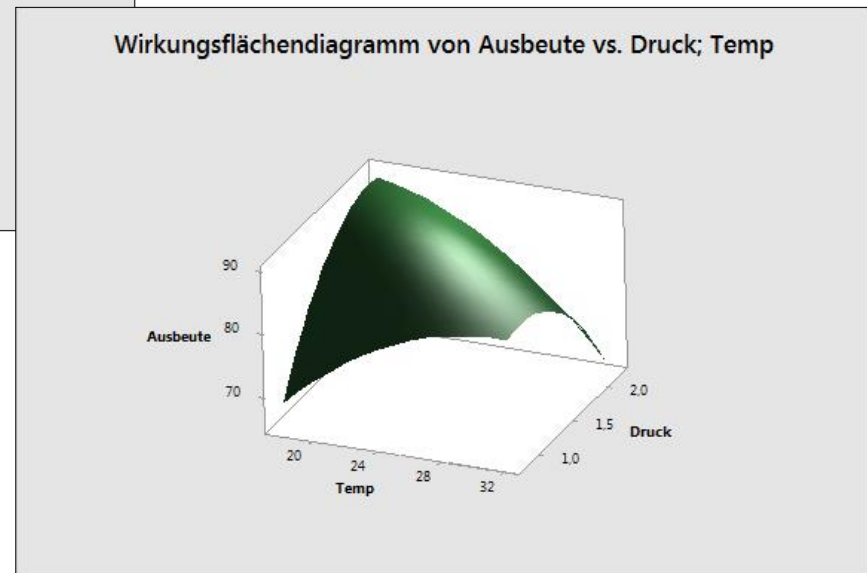
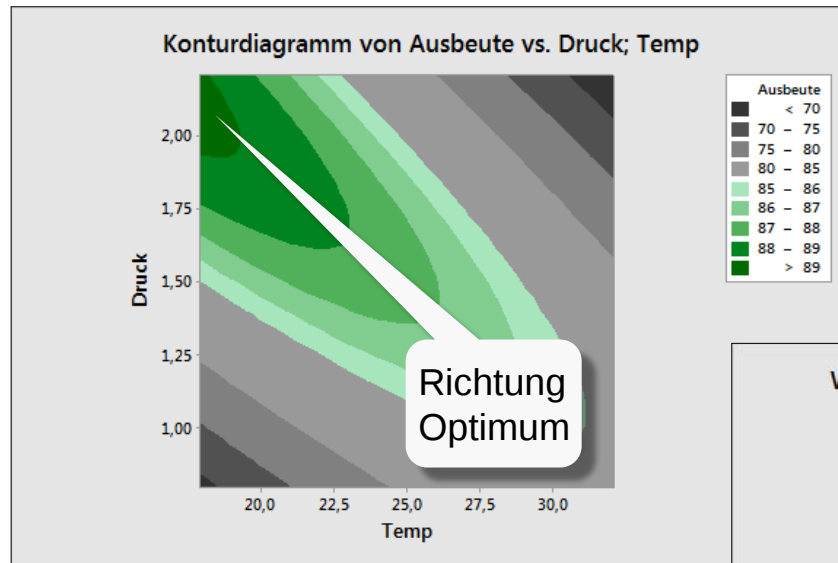
$$f(x) = 87,4 - 1,4 * (\text{Temp}) + 0,4 * (\text{Druck})$$

$$- 2,1 * (\text{Temp})^2 - 3,1 * (\text{Druck})^2$$

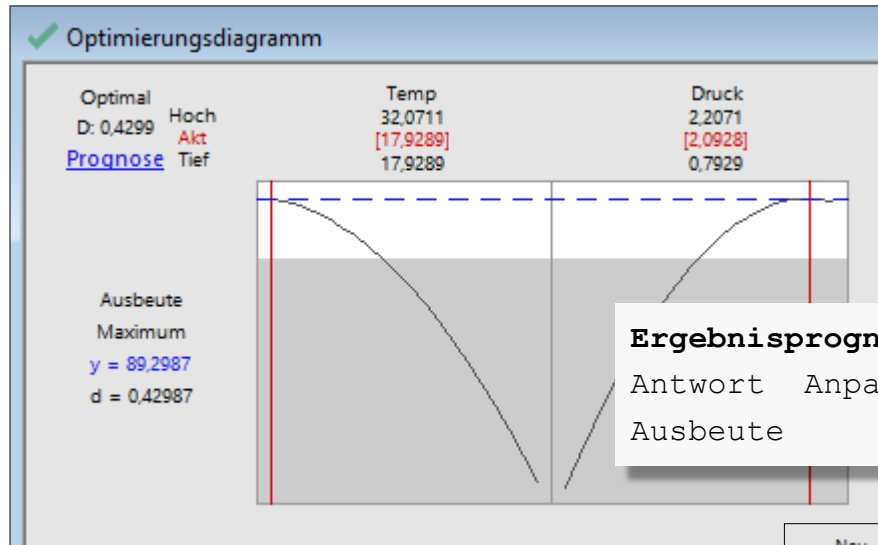
$$- 4,9 * (\text{Temp} * \text{Druck})$$

→ Haupteffekte
→ **quadrat. Effekte**
→ Wechselwirkungen

Beispiel 4: Auswertung eines Response Surface Designs



Beispiel 4: Auswertung eines Response Surface Designs

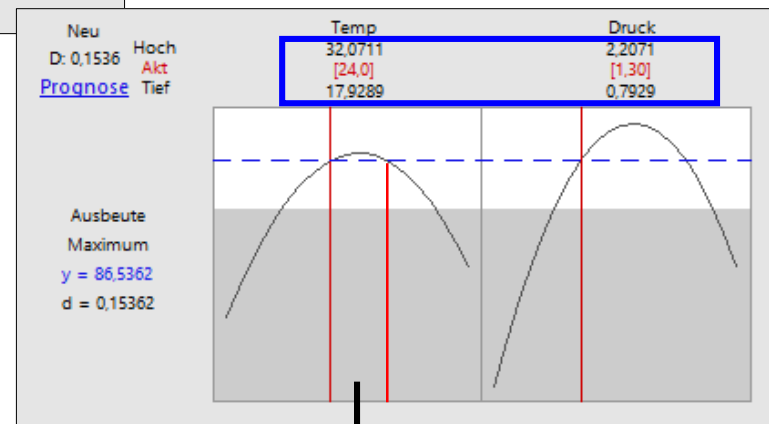


→ Auf Basis des mathematischen Modells **berechnetes Optimum**

Ergebnisprognose: Temp = 17,9289; Druck = 2,09283

Antwort	Anpassung	95%-KI	95%-PI
Ausbeute	89,30	(83,03; 95,57)	(81,34; 97,26)

Auf Basis des mathematischen Modells
simulierte Einstellung



↓
Ableiten von Toleranzen

DOE IN DER PRAXIS

Erfolgskritische Faktoren bei DoE

Auswahl der Parameter und Störgrößen

- Die Auswahl der im Versuch berücksichtigten Parameter und Störgrößen ist entscheidend für den Erfolg. Es werden alle wichtigen Parameter benötigt, um die optimale Einstellkombination zu finden. Werden Störgrößen, die bei der Versuchsdurchführung variiert haben, bei der Auswertung nicht berücksichtigt, so drohen diese die Versuchsergebnisse zu überlagern, was zu falschen Entscheidungen führen kann.

Auswahl der Parameterstufen

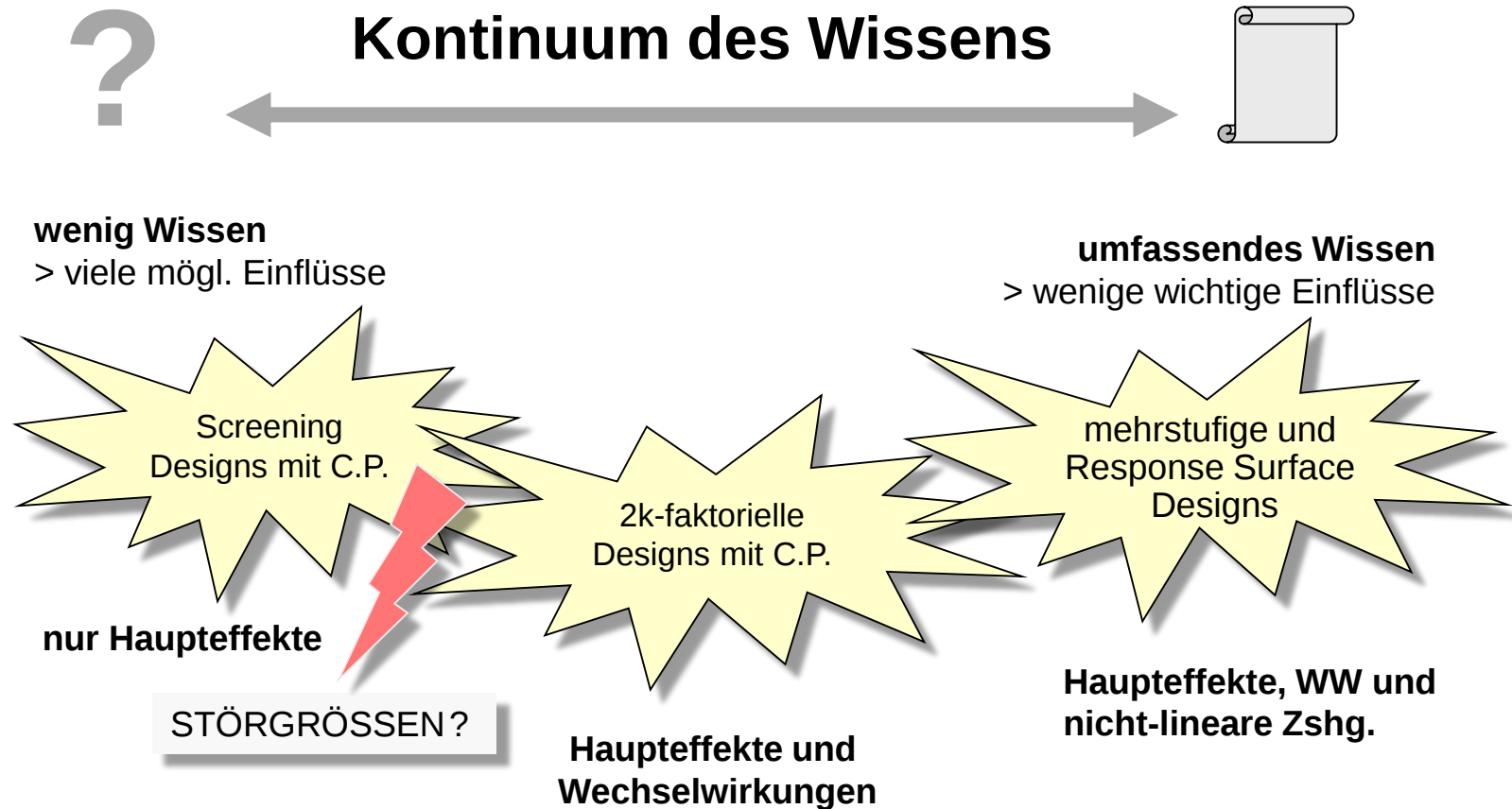
- Die Einstellungen der Parameter (minus- und plus-Stufe) sollten einen möglichst großen Versuchsraum repräsentieren, da Extrapolation über den Versuchsraum hinaus nicht erlaubt ist. Es sollten jedoch keine Einstellungen gewählt werden, die man nicht auch in der Praxis einstellen würde.

(Um Sicherzustellen, dass mit den gewählten Parameterstufen brauchbare Ergebnisse erzielt werden, empfiehlt es sich, den Versuch mit der kritischsten Parameterkombination zuerst durchzuführen.)

Messbarkeit der Ergebnisgrößen

- Es sollte sichergestellt sein, dass die interessierenden Outputs wenn möglich messbar sind.
- Falls ein Output qualitativ ist (gut / schlecht), sollten die Ergebnisse zumindest auf eine „Schulnotenskala“ umgelegt werden (z.B. von sehr gut bis sehr schlecht). In solchen Fällen verliert die statistische Auswertung allerdings an Schärfe.

Wahl des richtigen Versuchsdesigns



Beispiele für die Anwendung von DoE

Auswahl von Beispielen aus der TQU-Praxis

- Optimierung der Bestückungsgenauigkeit bei der Leiterplattenproduktion
- Optimierung der Bildschärfe bei Linsensystemen
- Optimierung der Oberflächengüte und Durchmesser-Streuung beim Hartdrehen
- Optimierung der Oberflächengüte beim Schleifen
- Optimierung von Produktionsleistung und Qualität von Spinnereimaschinen
- Optimierung der Ablösekraft bei der Herstellung von Folienleitern
- Optimierung von Reaktionszeit und Ausbeute bei chemischen Prozessen
- Optimierung der Parametereinstellung bei PU-Spritzprozess
- Optimierung von Abfallzeit und Dichtigkeit bei Magnetventilen

Wie sieht es aus mit Ihren DoE-Anwendungen?

Gerne beraten und unterstützen wir Sie bei

- der Abklärung der **Eignung von DoE** für Ihre Fragestellungen.
- der Durchführung von **DoE-Pilotprojekten**.
- der **Ausbildung von Mitarbeitern** zu DoE-Spezialisten (> siehe Seite 2).

Weitere Kernkompetenzen der TQU GROUP

- Einführung, Optimierung und Weiterentwicklung von Managementsystemen
- Einführung integrierter Verbesserungssysteme (Six Sigma / Lean / Kaizen)
- Six Sigma-Projektarbeit (DMAIC / DMADV)
- Ausbildung von Six Sigma Black Belts, Green Belts, Champions sowie Design for Six Sigma
- Lean Production: Anwendung und Training der Methoden
- Optimierung von Produkten und Prozessen, Lösung technischer Probleme
- Aufbau von SPC- / Kennzahlen- / Reporting-Systemen



Akzente setzen