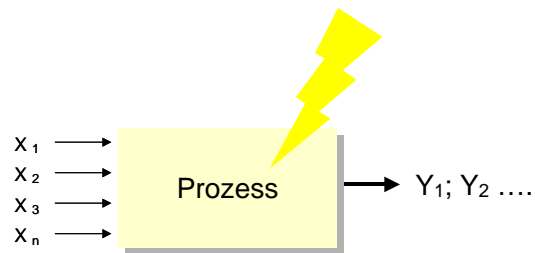




## DOE UMGANG MIT STÖRGRÖßEN



HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank

2

UMGANG MIT STÖRGRÖßEN



### Lernziele

- Sie kennen die verschiedenen Möglichkeiten der Behandlung von **attributiven und variablen Störgrößen** in einem Experiment.
- Sie kennen die **Vor- und Nachteile** der jeweiligen Methode.
- Sie kennen das Konzept der **Blockbildung** und können Designs mit Blöcken **erstellen** und **auswerten**.
- Sie können die Analyse von **Kovariablen** in einem Experiment durchführen.
- Sie wissen, worauf Sie bei der Verwendung von Kovariablen **achten** müssen.

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Umgang mit Störgrößen



Diskutieren Sie, welche Strategien Sie anwenden können, um in einem Experiment Störgrößen zu behandeln.

?

### Fragen

Was sollten Sie über Störgrößen wissen, bevor Sie ein Experiment starten?

Wann sollten Störgrößen im Experiment variiert werden?

Was sagt die Analyse über die Störgrößen aus?

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Strategien im Umgang mit Störgrößen

### Mögliche Strategien

1. Störgröße als **Faktor in Experiment** aufnehmen
2. Störgröße als **Block in Experiment** aufnehmen (für attributive Variablen)
3. Störgrößen **messen** (für kontinuierliche Variablen)
4. Versuchsplan **randomisieren**
5. Störgrößen **konstant lassen**

### Frage:

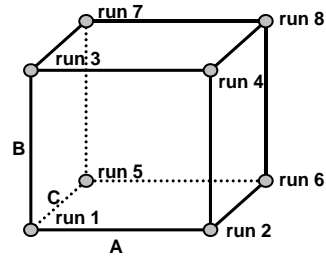
Welche dieser Strategien sind zu bevorzugen, welche zu vermeiden?

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Randomisierung von Versuchsplänen

Um **systematische Einflüsse zu minimieren**, sollten die Versuche nach Möglichkeit randomisiert werden. Wenn Versuche nicht randomisiert sind, können Effekte durch Störgrößen überlagern, z.B. Zunahme der Temperatur während des Versuchs.  
Nicht randomisierte Reihenfolge der Versuche bei 3 Faktoren.



C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	A	B	C
1	1	1	1	-1	-1	-1
2	2	1	1	1	-1	-1
3	3	1	1	-1	1	-1
4	4	1	1	1	1	-1
5	5	1	1	-1	-1	1
6	6	1	1	1	-1	1
7	7	1	1	-1	1	1
8	8	1	1	1	1	1

In der Praxis ist die Randomisierung **sehr aufwendig** in der Durchführung, gerade wenn etwa Temperaturen im Spiel sind. Deshalb werden Versuch oft nur teilweise randomisiert und in einem ersten Block z.B. die tiefen und dann die hoher Temperaturen gefahren, wobei innerhalb der Blöcke die weiteren Inputfaktoren zufällig variiert werden.

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Strategie der Blockbildung

Stellen Sie sich vor, wir wollen ein **2<sup>3</sup> factorial** durchführen, aber es sind nur **4 Teilversuche pro Schicht** zeitlich möglich.

Würden wir die ersten 4 Teilversuche in Schicht 1 und die verbleibenden 4 in Schicht 2 fahren, so könnten wir nicht zwischen dem **Effekt des Faktors C** und dem Effekt der **Störgröße "Schicht"** trennen, d.h. Schicht und Faktor C wären total vermengt oder überlagert (confounded).

Wie können wir den Effekt der "Schicht" im Experiment am besten berücksichtigen?

Wie würden Sie vorgehen?

RunOrder	A	B	C
1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	1	1	-1
5	-1	-1	1
6	1	-1	1
7	-1	1	1
8	1	1	1

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Design mit Block-Variablen anlegen

Erstellung eines 2<sup>3</sup>-Designs mit Blockbildung:



Stat > DOE > Factorial > Create Factorial Design...

**Alias Structure**  
Blk = ABC

Die Alias Struktur im Session Windows gibt Auskunft über vermengte Terme im Design (Blk = Block).

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Vermengung und Blocking

RunOrder	Blocks	A	B	C	A*B	A*C	B*C	A*B*C	Schicht
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1
2	2	1	-1	-1	-1	-1	1	1	2
3	2	-1	1	-1	-1	1	-1	1	2
5	2	-1	-1	1	1	-1	-1	1	2
8	2	1	1	1	1	1	1	1	2

Die Erfahrung zeigt uns, dass im allgemeinen die Wahrscheinlichkeit für eine **signifikante Wechselwirkung mit steigender Ordnung** sinkt. Daher verwenden wir das Muster der 3-fach Wechselwirkung, um die Blocking-Strategie zu definieren.

Die Teilversuche 1, 4, 6 und 7 werden in **Schicht 1** gemacht und die Teilversuche 2, 3, 5 und 8 in **Schicht 2** (→ Versuchsplan sortiert nach der Blockvariable Schicht).

So können wir die **Haupteffekte** und die **Wechselwirkungen 2. Ordnung** noch untersuchen, die Effekte der **Wechselwirkung 3. Ordnung** ist allerdings mit dem Schicht-Effekt **überlagert**.

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Übung: Filtrationsrate

**Ziel:** Erstellen eines  $2^4$  factorials (mit Blockbildung)

- Inputs:**
- A: Temperatur (Temp)
  - B: Druck
  - C: Formaldehyd-Konzentration (F-Konz)
  - D: Rührgeschwindigkeit (Rühr-Geschw)

**Randbedingung:** Das Experiment benötigt **16 Teilversuche**, pro Tag können aber nur **8 Versuche** durchgeführt werden.

Variation: .... zusätzlich je 4 in der Früh- und Spätschicht.



**Datei:**  Filtrationsrate.mtw

**Aufgabe:** Integrieren Sie Tag als Block und werten Sie aus.

Filtrationsrate-A.mtw ***									
+	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
	StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	Temp	Druck	F-Konz	RührGeschw	(%) Filtration
1	1	1	1		-1	-1	-1	-1	55,5
2					1	-1	-1	-1	70,9
3		1 bzw. 2 eintragen	1		-1	1	-1	-1	46,9
4					1	1	-1	-1	80,4
5					1	1	1	1	64,2

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank

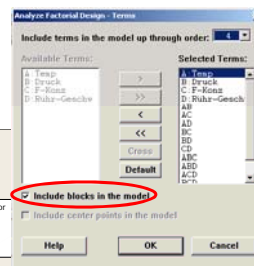
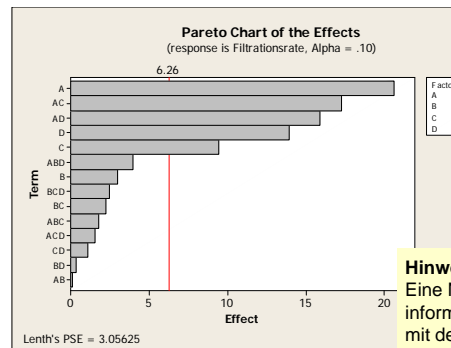


## Bsp. Filtrationsrate: Analyse von Block-Designs



**Stat > DOE > Factorial**

1. > Define Custom Factorial Design...
2. > Analyze Factorial Design...



**Hinweis auf überlagerte Faktoren**  
Eine Nachricht im Session Window informiert, dass die **WW 4. Ordnung** mit dem Block vermerkt ist und aus dem Modell entfernt wurde.

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Bsp. Filtrationsrate: Endgültiges Modell

### Factorial Fit: (%) Filtration versus Block; Temp; Druck; F-Konz

Estimated Effects and Coefficients for (%) Filtration (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		67,094	0,6859	97,81	0,000
Block		-3,206	0,6859	-4,67	0,001
Temp	15,162	7,581	0,6859	11,05	0,000
Druck	3,788	1,894	0,6859	2,76	0,020
F-Konz	9,287	4,644	0,6859	6,77	0,000
Temp*F-Konz	-7,888	-3,944	0,6859	-5,75	0,000

S = 2,74374 PRESS = 192,72

R-Sq = 95,84% R-Sq(pred) = 89,36% R-Sq(adj) = 93,76%

### Analysis of Variance for (%) Filtration (coded units)

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Blocks	1	164,48	164,48	164,481	21,85	0,001
Main Effects	3	1322,02	1322,02	440,672	58,54	0,000
2-Way Interactions	1	248,85	248,85	248,851	33,06	0,000
Residual Error	10	75,28	75,28	7,528		
Total	15	1810,63				

Der **Block ist signifikant**, d.h. es gab Unterschiede zwischen den Tagen 1 und 2.

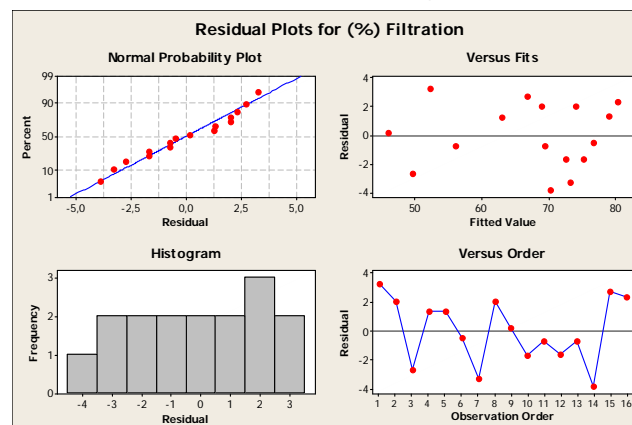
Analysieren Sie die Residuen, formulieren Sie das mathematische Modell, ermitteln Sie die optimale Einstellung und die Prognose. Erstellen Sie das Pie Chart.



## Bsp. Filtrationsrate: Residuendiagnose



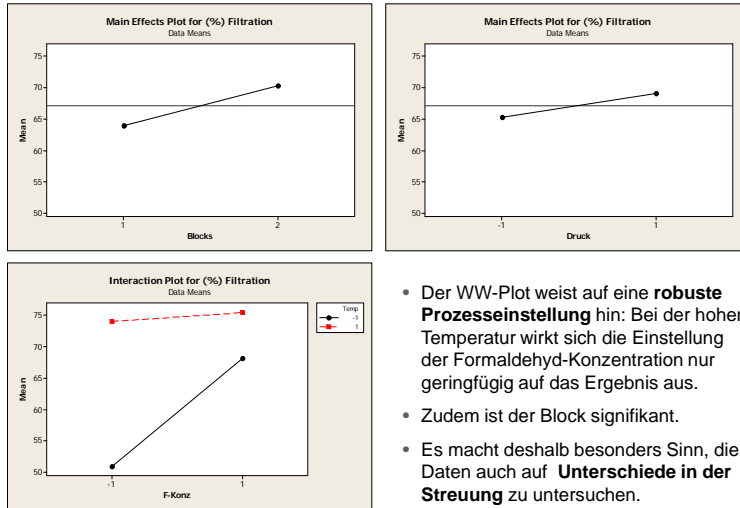
Stat > DOE > Factorial > Analyze Factorial Design > Graphs >  Four in one



Die Residuen zeigen keine Auffälligkeiten .



### Bsp. Filtrationsrate: Haupteffekt- und WW-Plots



- Der WW-Plot weist auf eine **robuste Prozesseinstellung** hin: Bei der hohen Temperatur wirkt sich die Einstellung der Formaldehyd-Konzentration nur geringfügig auf das Ergebnis aus.
- Zudem ist der Block signifikant.
- Es macht deshalb besonders Sinn, die Daten auch auf **Unterschiede in der Streuung** zu untersuchen.

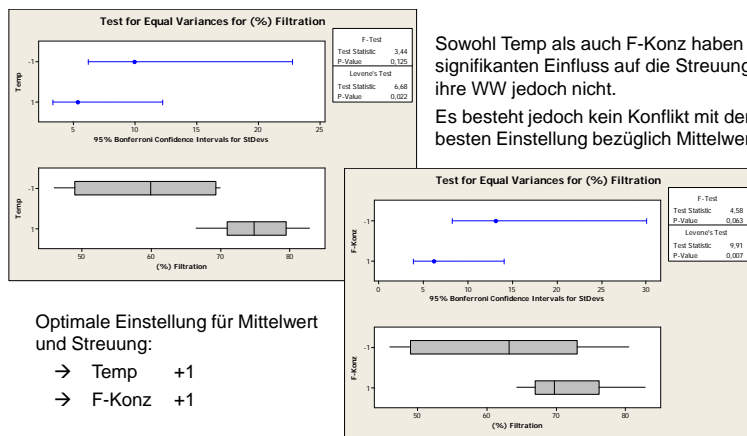
HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



### Bsp. Filtrationsrate: Analyse der Streuung



Stat > ANOVA > Test for Equal Variances



Sowohl Temp als auch F-Konz haben signifikanten Einfluss auf die Streuung, ihre WW jedoch nicht. Es besteht jedoch kein Konflikt mit der besten Einstellung bezüglich Mittelwert.

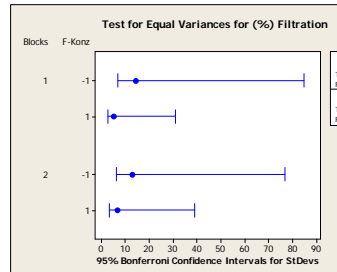
HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Bsp. Filtrationsrate: Analyse der Streuung



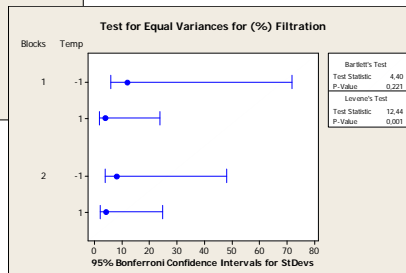
### Stat > ANOVA > Test for Equal Variances



Test	Test Statistic	P-Value
Bartlett's Test	3.47	0.325
Levene's Test	9.00	0.002

Die WW sowohl von Temp als auch von F-Konz mit dem Block (Tag) sind signifikant.

Die besten Einstellung bezüglich Mittelwert sind auch die robusteren bezüglich dem der Störgröße Tag.



Test	Test Statistic	P-Value
Bartlett's Test	4.40	0.221
Levene's Test	12.44	0.001

Optimale Einstellung für Mittelwert, Streuung und Störgröße:

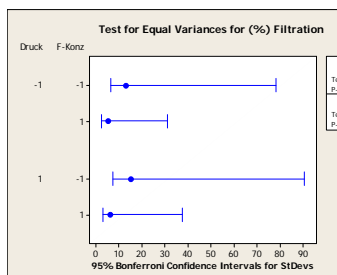
- Temp +1
- F-Konz +1



## Bsp. Filtrationsrate: Analyse der Streuung



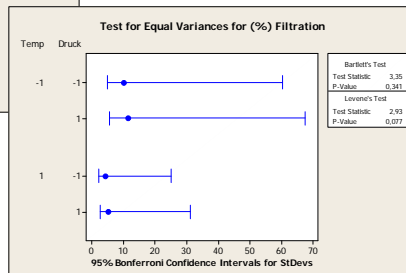
### Stat > ANOVA > Test for Equal Variances



Test	Test Statistic	P-Value
Bartlett's Test	3.93	0.269
Levene's Test	4.23	0.029

Auch die WW von Druck\*Temp und von Druck\*F-Konz sind signifikant.

Die besten Einstellungen bezüglich Mittelwert sind auch die besten im Hinblick auf die Streuung.



Test	Test Statistic	P-Value
Bartlett's Test	3.20	0.363
Levene's Test	2.93	0.077

Optimale Einstellung für Mittelwert und Streuung:

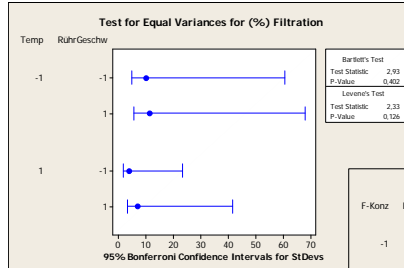
- Temp +1
- F-Konz +1
- Druck +1



## Bsp. Filtrationsrate: Analyse der Streuung

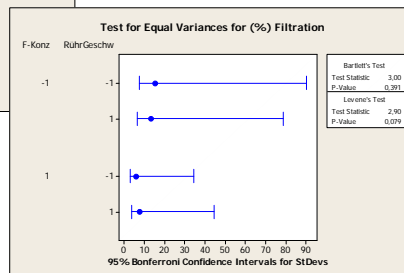


### Stat > ANOVA > Test for Equal Variances



Auch die WW Temp und F-Konz mit der nicht-signifikanten RührGeschw sind signifikant.

Temp und F-Konz auf der plus-Stufe in Kombination mit der minus Stufe der RührGeschw sind bez. Streuung optimal.



Optimale Einstellung für Mittelwert und Streuung:

- Temp +1
- F-Konz +1
- RührGeschw -1

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank

## Bsp. Filtrationsrate: Ergebnisse der Auswertung



Signifikante Haupteffekte	Wechselwirkungen	Block
Temp Druck F-Konz	Temp*F-Konz	Tag

Optimale Einstellung bezüglich Mittelwert, Streuung und Störgröße:

- Temp +1
- Druck +1
- F-Konz +1
- RührGeschw -1 (→ aus Streuungsanalyse)

### Ergebnisprognose

Für die Ergebnisprognose muss das Modell noch einmal ohne Block gerechnet werden, um eine realistische Prognose für Mittelwert und Streuung zu erhalten (ohne dabei auf die p-Werte oder den Lack of Fit-Test zu schauen).

Im Response-Optimizer wird der Block per default nicht berücksichtigt, so dass es keine Rolle spielt, ob der Block im Modell drin ist oder nicht. (Wird die optimale Einstellung aus den Prognosewerten / Anpassungen ermittelt, muss das Modell ohne Block als Basis verwendet werden.)

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Bsp. Filtrationsrate: Modell ohne Block

### Factorial Fit: (%) Filtration versus Temp; Druck; F-Konz

Estimated Effects and Coefficients for (%) Filtration (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		67,094	1,167	57,48	0,000
Temp	15,162	7,581	1,167	6,50	0,000
Druck	3,788	1,894	1,167	1,62	0,133
F-Konz	9,287	4,644	1,167	3,98	0,002
Temp*F-Konz	-7,887	-3,944	1,167	-3,38	0,006

S = 4,66868 PRESS = 507,265  
R-Sq = 86,76% R-Sq(pred) = 71,98% R-Sq(adj) = 81,94%

$$y = a + b_1 * \text{Temp} + b_2 * \text{Druck} + b_3 * \text{F-Konz} + b_4 * \text{Temp} * \text{F-Konz}$$

$$y = 67,1 + 7,6 * \text{Temp} + 1,9 * \text{Druck} + 4,6 * \text{F-Konz} - 3,9 * \text{Temp} * \text{F-Konz}$$

$$y = 67,1 + 7,6 * (+1) + 1,9 * (+1) + 4,6 * (+1) - 3,9 * (1 * 1) = 77,3$$

Die RührGeschw ist nicht signifikant und deshalb nicht im Modell enthalten. Sie wird aufgrund ihres Einflusses auf die Streuung auf die minus-Stufe gesetzt.

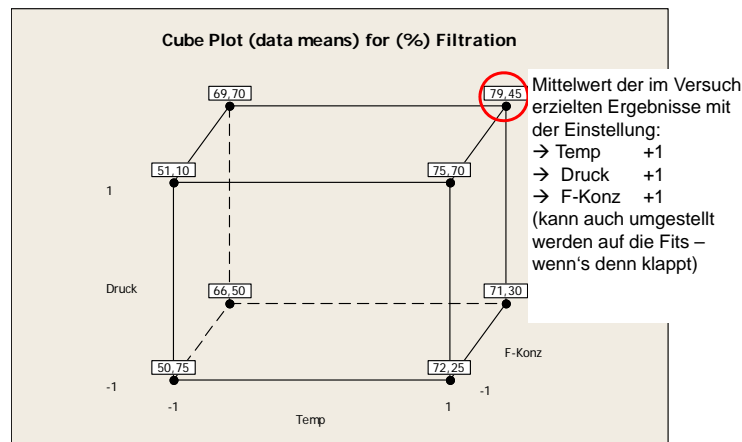
Aufgrund der signifikante Unterschiede in der Streuung wird die Standardabweichung eher geringer ausfallen, als die vom Modell prognostizierte (s = 4,7).

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank

## Bsp. Filtrationsrate: Cube Plot



Stat > DOE > Factorial > Factorial Plots >  Cube Plot > Setup...



HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank

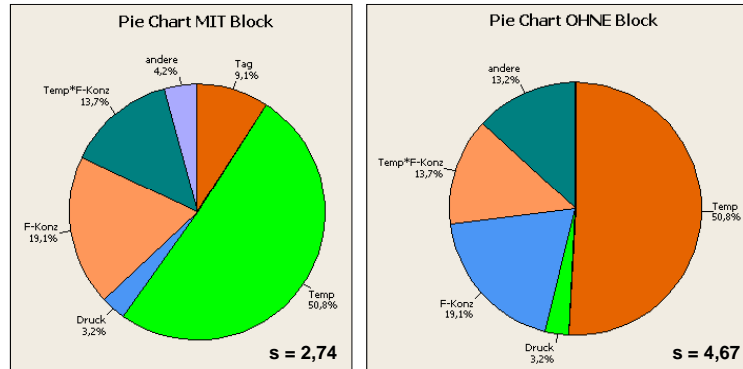


## Bsp. Filtrationsrate: praktische Signifikanz

Die unerklärte Reststreuung im Modell ohne Block ist grösser, da die SS (Block) durch Entfernung des Blocks in den Fehlerterm SS(Error) übergehen.

Damit erhöht sich die unerklärte Reststreuung, die sich in der erwarteten Standardabweichung ausdrückt.

Ohne Block wird der Faktor Druck nicht als signifikant erkannt.



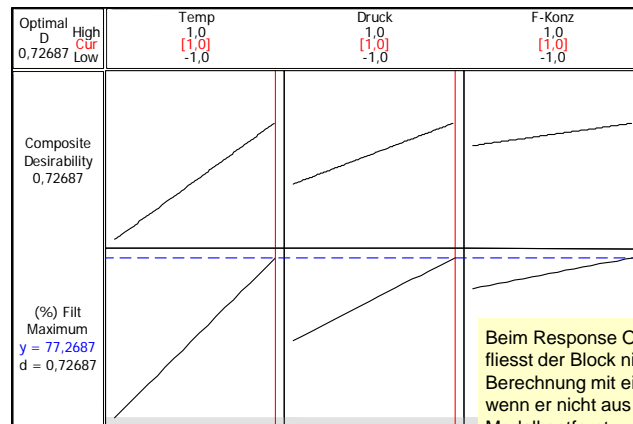
HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Bsp. Filtrationsrate: Response Optimizer



Stat > DOE > Factorial > Response Optimizer → Maximize: Lower = 70  
Target = 80



HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Design mit kontinuierlichen Störgrößen

Die **Kovarianzanalyse** (analysis of covariance/ANCOVA) ist eine Kombination von Varianzanalyse und Regressionsanalyse, die es erlaubt, sowohl attributive als auch kontinuierliche Inputfaktoren zu analysieren.

Die **Kovarianzanalyse** wird eingesetzt, um den Einfluss kontinuierlicher Störgrößen zu untersuchen, die im Experiment nicht manipuliert oder eingestellt werden (können).

Voraussetzung ist, dass die Störgröße während des Versuchs variieren und nicht konstant bleiben.

Störgrößen können sowohl bei **vollfaktoriellen** als auch bei **teilkfaktoriellen Experimenten** als sogenannte **Kovariablen** in den Versuch aufgenommen werden.

Die ANCOVA braucht **einen zusätzlichen Freiheitsgrad**, um den Effekt einer Kovariablen abzuschätzen. Der Error Term wird umso weniger Freiheitsgrade haben, je mehr Kovariablen aufgenommen werden. Unter Umständen können nicht mehr alle Effekte (oder Wechselwirkungen) abgeschätzt werden oder es müssen mehr Daten generiert werden.



## Voraussetzungen und Auswertung

### Datenformate bei der Kovarianzanalyse

**Faktoren** müssen **attributiv** bzw. als **variable Größe auf zwei festen Stufen** eingestellt werden.

**Kovariablen** hingegen müssen **kontinuierlich** sein.

Der **Output** muss eine **kontinuierliche Größe** sein.

### Berechnungen der Kovarianzanalyse

Abschätzung des **Effekts der manipulierten Faktoren** (ANOVA)

Abschätzung der (linearen) **Beziehung zwischen der Kovariablen und dem Response** (Regression).

**Faktoren** und **Kovariablen** dürfen dabei nicht stark korreliert sein.

⇒ **Kovarianzanalyse** ist die **Kombination von Regression und ANOVA**



## Beispiel: Printed Circuit Board (PCB)

Ein **Roboter-Arm** sucht zunächst den **Koordinaten-Ursprung**, indem er zu einem Referenzpunkt am Rand des PCB's fährt. Danach plaziert er die Komponente.

Die **Position** der Komponenten zeigt beträchtliche **Variation** in einer bestimmten Richtung.

Das PCB ist ein Kaufteil mit vorbestimmtem **Referenzpunkt**.

Zwei Faktoren A und B am Roboter-Arm können schnell und mit wenig Aufwand manipuliert werden. Es soll ein "schnelles" Experiment mit den Faktoren A und B durchgeführt werden. Zusätzlich wird die **Lage des Referenzpunktes** gemessen

Es ist vorgesehen, dass anschließend eine weitergehende Studie beim Zulieferer durchgeführt wird.



## DoE: $2^2$ mit vier Repetitionen

Der **Response** ist die Position der Komponente.

Die **Faktoren A und B** am Robot-Arm werden manipuliert.

Die **Lage des Referenzpunktes** wird gemessen. Das ist unsere Kovariable.

Haben die im Experiment analysierten Inputs (Faktoren A und B, Lage des Referenzpunktes) einen signifikanten Effekt auf die Vormontage?



Datei:  Referenzpunkt.mtw

REFERENZPUNKT.MTW ***									
+	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	
	StdOrder	RunOrder	Blocks	CenterPt	A	B	Lage	Referenzpunkt	Output
1	1	1	1	1	-1	-1			73.4 124.8
2	2	2	1	1	-1	-1			75.5 146.0
3	3	3	1	1	-1	-1			74.7 138.7
4	4	4	1	1	-1	-1			74.5 130.7
5	5	5	1	1	-1	1			75.4 130.7
6	6	6	1	1	-1	1			76.1 144.1
7	7	7	1	1	-1	1			74.0 124.4
8	8	8	1	1	-1	1			74.8 126.7
9	9	9	1	1	1	-1			75.4 125.1
10	10	10	1	1	1	-1			74.6 117.7



## Auswertung ohne Kovariable



Stat > DOE > Factorial > Analyse Factorial Design...

### Fractional Factorial Fit: Output versus A; B

Estimated Effects and Coefficients for Output (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		131,612	1,949	67,52	0,000
A	-3,300	-1,650	1,949	-0,85	0,414
B	5,400	2,700	1,949	1,39	0,191
A*B	8,975	4,487	1,949	2,30	0,040

S = 7,79752 R-Sq = 39,80% R-Sq(adj) = 24,75%

### Analysis of Variance for Output (coded units)

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Main Effects	2	160,20	160,200	80,10	1,32	0,304
2-Way Interactions	1	322,20	322,202	322,20	5,30	0,040
<b>Residual Error</b>	12	<b>729,62</b>	729,615	60,80		
Pure Error	12	729,61	729,615	60,80		
Total	15	1212,02				

Die Wechselwirkung A\*B ist knapp signifikant.

Wir können jedoch nur einen kleinen Anteil der beobachteten Streuung erklären.

Der Error Term zeigt großes Rauschen.

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Analyse mit Kovariable



Stat > DOE > Factorial > Analyse Factorial Design... > Covariates...

### Fractional Factorial Fit: Output versus A; B

Estimated Effects and Coefficients for Output (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		-599,9	90,9263	-6,60	0,000
Lage Ref		9,8	1,2173	8,05	0,000
A	-1,2	-0,6	0,7867	-0,77	0,455
B	9,4	4,7	0,8156	5,79	0,000
A*B	18,4	9,2	0,9723	9,46	0,000

S = 3,10406 R-Sq = 91,26% R-Sq(adj) = 88,08%

### Analysis of Variance for Output (coded units)

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
<b>Covariates</b>	1	47,88	623,6	623,628	64,72	0,000
Main Effects	2	195,43	333,7	166,833	17,32	0,000
2-Way Interactions	1	862,73	862,7	862,726	89,54	0,000
Residual Error	11	105,99	106,0	9,635		
Total	15	1212,02				

Die Kovariable sowie die Wechselwirkung A\*B und der Haupteffekt von B sind hoch signifikant.

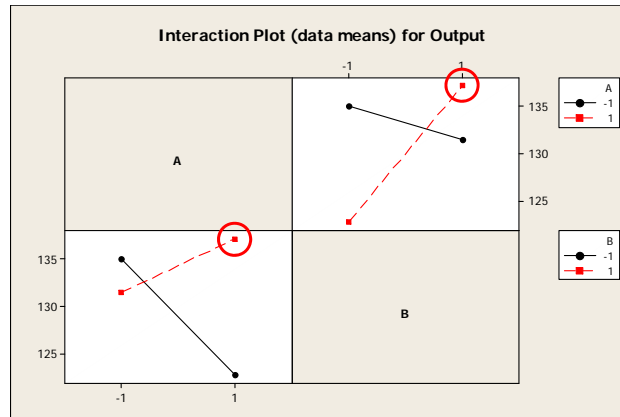
HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Wechselwirkungs-Plot



Stat > DOE > Factorial > Factorial Plots... > Graphs >  Interaction Plot  
Options → full interaction plot matrix



HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Überprüfung auf Vermengung

Die Kovarianz-Analyse (ANCOVA) verwendet Information über **gemessene, aber nicht manipulierte** Variablen bei der Analyse eines Experiments.

Da die Kovariablen nicht nach einem strukturierten Plan (DoE) manipuliert werden, bestehen gewisse Risiken. Es kann sein, dass der Messwert der **Kovariablen mit einem der Faktoren korreliert**.

Wenn das der Fall ist, dann ist der Effekt des Faktors mit dem **Effekt der Kovariablen vermengt** (confounded) und wie in einem teilfaktoriellen Versuch können wir nicht zwischen beiden unterscheiden.

### Frage

Wie kann das Experiment modifiziert werden, um dieses Risiko klein zu halten?

Wie können Sie mögliche Vermengungen untersuchen?

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Untersuchung der Korrelationskoeffizienten

Eine **hohe Korrelation** bedeutet, dass die Effekte von Faktor und Kovariable teilweise vermengt sind. Damit ist die Ursache nicht mehr eindeutig zuordenbar.

Wir untersuchen die Korrelation zwischen der Kovariable und den im DoE geplanten Faktoreinstellungen und berücksichtigen dabei die Wechselwirkung.

Das heißt: Zuerst muss das Wechselwirkungsmuster im Datenblatt durch Multiplikation der Spalten A und B erzeugt werden.



Stat > Basic Statistics  
> Correlation...

Correlations: A; B; A\*B; Lage Referenzpunkt

	A	B	A*B
Lage Referen	-0,128	-0,248	-0,579
	0,637	0,354	0,019

C5	C6	C7	C8	C9	
A	B	Lage Referenzpunkt	Output	A*B	
-1	-1		73,4	124,8	1
-1	-1		75,5	146,0	1
-1	-1		74,7	138,7	1
	-1		74,5	130,7	1

Die Korrelation zwischen der WW A\*B und der Lage des Referenzpunkts ist zwar signifikant, aber nicht so stark, dass die statistische Auswertung beeinträchtigt ist.

Vorsicht ist geboten bei  $r > |0,8|$ .

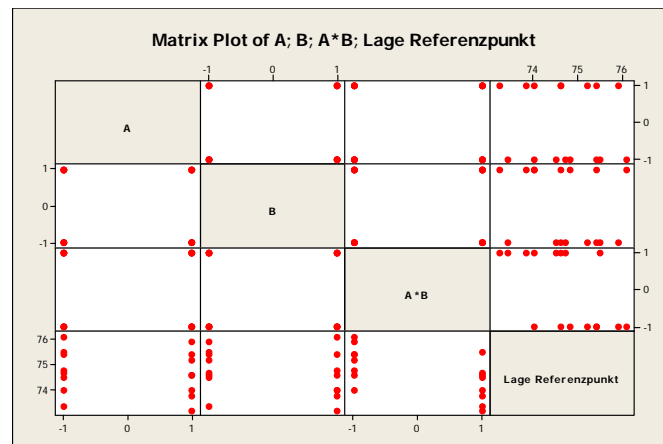
HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Graphische Darstellung der Korrelation



Graph > Matrix Plot...



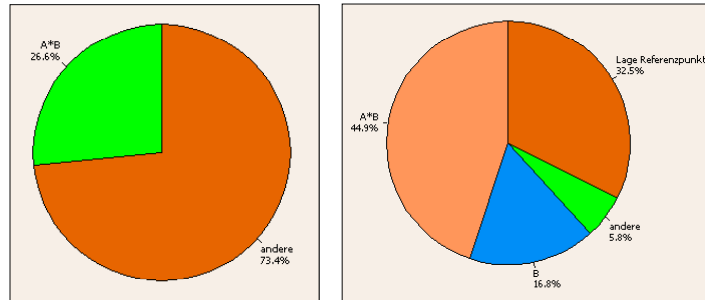
HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Praktische Signifikanz und mathemat. Modell



Graph > Pie Chart... > Chart values from a table



**Pie-Chart ohne** Effekt der Kovariablen    **Pie-Chart mit** Effekt der Kovariablen

ohne Kovarianz:  $Y = 131,613 - 1,650 * A + 2,700 * B + 4,487 * A * B$

mit Kovarianz:  $Y = -599,9 + 9,8 * \text{Lage} - 0,6 * A + 4,7 * B + 9,2 * A * B$

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Ergebnis

In der **Analyse ohne Kovariable** ist der Effekt der Kovariablen und des nicht-signifikanten Faktors B im **Error Term** verborgen. Dieser entspricht hier ca. 73%.

Der Effekt der Wechselwirkung A\*B beträgt knapp 27%.

In der **Analyse mit Kovariable** sehen wir, dass durch die Kovariable und den nun signifikanten Faktor B ein Grossteil des vorherigen Errors erklärt werden kann. Der verbleibende Error beträgt noch knapp 6% der beobachteten Gesamtstreuung.

Es wird ein **zusätzlicher Freiheitsgrad** "verbraucht", um den Effekt der Kovariablen abzuschätzen.

Der Koeffizient der Kovariablen sagt uns, dass sich die **Plazierung der Komponente** um **9,8 Einheiten** ändert, wenn sich der **Referenzpunkt** (Kovariable) um **eine Einheit** ändert.

Diese Streuung können wir nur verbessern, wenn wir

- a.) mit dem **Zulieferer** arbeiten oder
- b.) den Prozess robust machen gegen **Schwankungen des Referenzpunkts**.

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Übungen



**Kovariable.mtw**

**Wie viele Faktoren und Kovariablen** enthält das Design?

Um was für ein **Design** handelt es sich (Nomenklatur), Auflösung?

Welche **Überlagerungen** liegen vor (Alias Table)?

Gibt es starke **Korrelationen** zwischen Störgrößen und Inputfaktoren?

**Analysieren** Sie das Experiment!

Welche Faktoren, Wechselwirkungen, Kovariablen sind **signifikant**?

Gehen Sie durch alle Schritte zur Analyse eines Experimentes!

Versuche Sie bitte die Analyse selbstständig zu machen. Die Lösungen stehen auf den folgenden Seiten.



Analysieren Sie auch noch die Datei **Bremsweg.mtw** mit der Kovarianzanalyse.

Welche Größe(n) könnte(n) als Kovariable(n) definiert werden?



## Lösung: Design des Versuchsplans

<b>Runs</b>	40
<b>Faktoren</b>	7
<b>Replikationen</b>	1
<b>Centerpoints</b>	8
<b>Kovariablen</b>	3
<b>Modell</b>	teillfaktoriell
<b>Fraktion</b>	¼

Design Generators: F = ABCD; G = ABDE

Alias Structure

I + CEFG + ABCDF + ABDEG

Design :  $2_{IV}^{7-2}$

Create Factorial Design - Display Available Designs

Available Factorial Designs (with Resolution)

	Factors														
Runs	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
4	Full	II													
8	Full	IV	II	II	II										
16		Full	V	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	
32			Full	VI	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	
64				Full	VII	V	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	IV	
128					Full	VIII	VI	V	V	IV	IV	IV	IV	IV	



## Überprüfung auf Vermengung mittels Korrelation (1)



Stat > Basic Statistics > Correlation...

### Korrelation der Störgrößen untereinander

	H	J
J	-0,090 0,581	
K	0,215 0,183	0,060 0,713

Drei Korrelationskoeffizienten sind **signifikant**. Es handelt sich aber nicht um starke Zusammenhänge ( $r < 0,8$ ). Man erhält **keine Hinweise auf eine zu starke Vermengung**. Die Effekte sind als **quasi-unabhängig** zu betrachten.

### Korrelation Haupteffekte vs. Störgrößen

	A	B	C	D	E	F	G	H	J
H	0,186 0,252	-0,054 0,743	-0,243 0,131	-0,105 0,518	0,145 0,371	0,008 0,963	0,017 0,916		
J	0,012 0,944	0,122 0,453	0,145 0,371	-0,099 0,543	0,210 0,194	0,141 0,387	<b>-0,477</b> <b>0,002</b>	-0,090 0,581	
K	<b>0,299</b> <b>0,061</b>	-0,249 0,121	-0,039 0,810	0,025 0,879	<b>0,303</b> <b>0,058</b>	0,075 0,647	0,039 0,810	0,215 0,183	0,060 0,713

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Überprüfung auf Vermengung mittels Korrelation (2)



Stat > Basic Statistics > Correlation...

### Korrelation 2-fach Wechselwirkungen vs. Störgrößen

	AB	AC	AD	AE	AF	AG	BC	BD	BE
H	-0,207 -0,021	<b>0,400</b> 0,242	0,117 -0,058	<b>0,394</b> -0,062	-0,099 0,099	-0,025 0,127	-0,027 0,141	-0,165 0,035	-0,006 0,067
J	<b>-0,417</b> -0,043	-0,050 -0,028	-0,121 -0,068	0,242 -0,160	-0,107 0,210	0,235 -0,011	-0,028 0,153	0,100 0,018	<b>-0,263</b> -0,210
K									
	BF	BG	CD	CE	CF	CG	DE	DF	DG
H	-0,251 0,035	-0,149 <b>0,293</b>	-0,098 -0,053	0,103 0,118	0,019 -0,118	-0,136 0,150	-0,176 0,150	-0,126 -0,141	-0,010 0,007
J	-0,043 -0,011	-0,028 0,019	-0,068 0,103	-0,160 0,118	0,210 -0,118	-0,011 0,153	0,153 0,018	0,018 -0,210	
K									
	EF	EG	FG						
H	-0,136 0,150	0,019 -0,118	0,103 0,118						
J	-0,011 0,210	0,019 -0,118	0,103 0,118						
K									

rot markiert: p-Wert < 0,1

Auch hier sind zwar einige Korrelationen **signifikant**, ohne dass die Zusammenhänge sehr ausgeprägt wären ( $r < 0,8$ ).

Man erhält **keine Hinweise auf eine zu starke Vermengung**.

Die Effekte sind als **quasi-unabhängig** zu betrachten.

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Überprüfung auf Vermengung mittels VIF (1)



Stat > Regression > Regression... → Options: Variance inflation factors

Regression Analysis: Output versus A; B; ...

\* EF / EG / FG are highly correlated with other X variables.  
\* EF / EG / FG have been removed from the equation. } teilfaktorierter Versuch

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	82,603	4,132	19,99	0,000	
A	0,6590	0,1878	3,51	0,005	1,624
B	0,0928	0,1780	0,52	0,612	1,459
C	1,0874	0,1657	6,56	0,000	1,263
D	-0,2912	0,1539	-1,89	0,085	1,091
E	0,0973	0,1871	0,52	0,613	1,611
F	-1,5421	0,1524	-10,12	0,000	1,069
G	-0,1982	0,1953	-1,01	0,332	1,757
H	-0,02881	0,08557	-0,34	0,743	<b>3,599</b>
J	-2,6018	0,1924	-13,53	0,000	<b>3,129</b>
<b>K</b>	1,1530	0,1941	5,94	0,000	<b>5,345</b>
AB	0,0005	0,2141	0,00	0,998	<b>2,109</b>
AC	0,3360	0,2033	1,65	0,127	<b>1,904</b>
AD	-0,1285	0,1550	-0,83	0,425	1,106
AE	-0,1537	0,2052	-0,75	0,469	<b>1,938</b>
AF	1,2564	0,1578	7,96	0,000	1,146
....					

Der VIF reagiert sensibler auf Überlagerungen als die Korrelationsanalyse!  
Der VIF der Störgröße K ist > 5 und weist auf eine für die Statistik kritische Vermengung von Effekten hin.  
Da kein weiterer VIF > 5 ist, muss genauer untersucht werden, womit K überlagert ist.

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## Überprüfung auf Vermengung mittels VIF (2)

Hinweis auf mögliche Überlagerungen gibt die Größe des VIF.

Die höchsten VIF-Werte finden wir bei den Störgrößen selber. Deren Überlagerung wurde bereits mit der Korrelationsanalyse überprüft – dabei haben wir nichts gefunden. (Die Ergebnisse lassen sich leicht mittels VIF überprüfen, indem bei der Regression nur die drei Störgrößen ins Modell aufgenommen werden.)

Die nächst höheren Werte finden wir bei den Wechselwirkungen A\*B / A\*C / A\*E. Von den Ergebnissen der Korrelationsanalyse wissen wir zudem, dass von allen Input-faktoren die Wechselwirkung A\*B am stärksten mit der Störgröße K korreliert ist.

- Es ist zu vermuten, dass die Überlagerung von K mit A\*B die kritische ist.
- Der VIF bestätigt diese Vermutung, wenn man die Regression nochmals rechnet und dabei die Wechselwirkung A\*B oder die Störgröße K aus dem Modell entfernt.

### Wie weiter?

Aufgrund der Überlagerung muss einer der Terme aus dem Modell entfernt werden.

**Entweder** stellt sich dann bei der Auswertung heraus, dass die überlagerten Effekte sowieso nicht signifikant waren - und der Fall ist damit erübrigt.

**Oder** die überlagerten Effekte sind signifikant und es ergeben sich zwei mögliche Modelle und damit der Bedarf an Fachwissen und ggf. von weiteren Abklärungen.

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



## 1. mögliches Modell mit Störgröße K

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P	
Constant		78,500	2,27013	34,58	0,000	
<b>J</b>		<b>-2,405</b>	0,12406	-19,39	0,000	Die aufgrund des teilfaktoriellen Designs überlagerten Effekte waren alle nicht signifikant: Alias Info C*E + F*G C*F + E*G C*G + E*F
<b>K</b>		<b>1,099</b>	0,09041	12,16	0,000	
<b>A</b>	<b>1,333</b>	0,667	0,14561	4,58	0,000	
B	0,084	0,042	0,14538	0,29	0,776	
<b>C</b>	<b>2,136</b>	1,068	0,14013	7,62	0,000	
D	-0,505	-0,253	0,13884	-1,82	0,080	
<b>F</b>	<b>-3,147</b>	-1,573	0,14002	-11,24	0,000	
G	-0,138	-0,069	0,15987	-0,43	0,670	
<b>A*F</b>	<b>2,459</b>	1,229	0,13999	8,78	0,000	
A*G	-0,755	-0,378	0,14365	-2,63	0,014	
B*D	-1,084	-0,542	0,13868	-3,91	0,001	
S = 0,779079 R-Sq = 97,18% R-Sq(adj) = 96,07%						

Die wichtigsten Inputfaktoren in beiden Modellen (vgl. unten) sind: F/A\*F/C/A  
In beiden Modellen bewirkt eine Zunahme der Störgröße J um eine Einheit eine vergleichbare Änderung im Ergebnis von ca. -2,4 Einheiten.

Die Wechselwirkung A\*B hat im 2. Modell einen ähnlich großen Effekt wie im 1. Modell zuvor die Störgröße K.



## 2. mögliches Modell mit Wechselwirkung A\*B

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P	
Constant		79,400	3,7955	20,92	0,000	
<b>J</b>		<b>-2,355</b>	0,2062	-11,42	0,000	Die aufgrund des teilfaktoriellen Designs überlagerten Effekte waren alle nicht signifikant: Alias Info C*E + F*G C*F + E*G C*G + E*F
<b>A</b>	<b>2,486</b>	1,243	0,2630	4,73	0,000	
B	-0,895	-0,447	0,2652	-1,69	0,102	
<b>C</b>	<b>1,965</b>	0,982	0,2661	3,69	0,001	
E	1,252	0,626	0,2695	2,32	0,027	
<b>F</b>	<b>-2,877</b>	-1,439	0,2659	-5,41	0,000	
<b>A*B</b>	<b>-1,632</b>	<b>-0,816</b>	0,2631	-3,10	0,004	
<b>A*F</b>	<b>2,033</b>	1,016	0,2645	3,84	0,001	
B*E	-1,248	-0,624	0,2637	-2,37	0,025	
S = 1,48791 R-Sq = 88,98% R-Sq(adj) = 85,68%						

### Interpretation der beiden Modelle

- Es kann sein, dass eines der beiden Modelle das „richtige“ ist, weil in Wirklichkeit nur entweder die Wechselwirkung A\*B oder die Störgröße K das Ergebnis beeinflussen.
- Es kann auch sein, dass keines der beiden Modelle das „richtige“ ist, weil in Wirklichkeit sowohl die WW A\*B als auch die Störgröße K das Ergebnis beeinflussen.