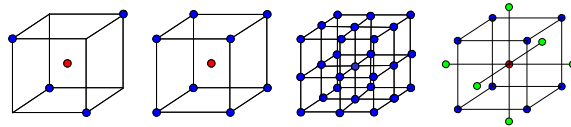




EINFÜHRUNG IN DIE STATISTISCHE VERSUCHSPLANUNG



HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank

2

DOE-EINFÜHRUNG



Lernziele

- Sie kennen die prinzipiellen Ansätze zur **Datengewinnung**.
- Sie wissen, was ein **Experiment** ist.
- Sie kennen die prinzipiellen Methoden, um ein Experiment **durchzuführen**.
- Sie kennen die **Vorteile** der statistischen Versuchsplanung gegenüber dem herkömmlichen Experiment.
- Sie wissen, was **vollfaktorielle** und **teilstatistische** Versuchspläne sind.
- Sie haben einen Überblick über die verschiedenen **Versuchspläne** und die entsprechenden **Vorgehensweisen**.

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



Design of Experiments (DoE)

Was ist DoE?

Design of Experiments (DoE) ist eine Methodik zur **Planung** und statistischen **Auswertung** von **Versuchen**.

Ziel von DoE

Ziel von DoE ist es, mit einem möglichst **geringen Versuchsaufwand** möglichst viel über die **Zusammenhänge von Einflussparametern** (Inputs) und **Ergebnissen** (Outputs) zu erfahren.

Nutzen von DoE

Mit DoE gewonnene Informationen über die Zusammenhänge von Input und Output sind (statistisch) abgesichert und die **Effekte der Inputvariablen** und ihrer **Wechselwirkungen** auf den Output sind quantifizierbar.



Erkenntnisgewinnung

Wie lernen wir?

1. Ein **signifikantes Ereignis** findet statt.



2. Jemand **beobachtet** es



3. und stellt **Nachforschungen** an.





Erzeugung von informativen Ereignissen

Zweck eines Experiments

Erzeugung informativer Ereignisse durch Variation der Inputfaktoren unter kontrollierten Bedingungen, um den Effekt auf die Ergebnisse zu untersuchen.



Ziel der Informationssammlung ist es, die wichtigsten Prozessinputs ($x_1 \dots x_n$) zu finden, um den Output (Y) in Abhängigkeit der Inputfaktoren mathematisch zu beschreiben.

$$Y = f(x_1 \dots x_n)$$

Hinweis: Wenn Sie Experimente durchführen, achten Sie darauf, dass Sie **variable Daten** generieren. **Attributive Daten** benötigen viel mehr Experimente, um aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten.



verschiedene Experimentier-Methoden

Versuch und Irrtum (Trial and Error)

Veränderung von vielen Faktoren zur selben Zeit.

ein Faktor nach dem anderen (one-factor-at-a-time, OFAT)

Veränderung von einem Faktor zur selben Zeit.

2k-vollfaktorielle Versuchspläne (full factorial designs)

Durchführung eines Sets von Versuchen auf zuvor definierten Stufen, wobei **alle** Einstellkombinationen durchgeführt werden.

2k-teilfaktorielle Versuchspläne (fractional factorial designs)

Durchführung eines Sets von Versuchen auf zuvor definierten Stufen, wobei **nicht alle** Einstellkombinationen durchgeführt werden.

mehrstufige, teilfaktorielle Versuchspläne

Response Surface Designs (Versuchspläne für nicht-lineare Zusammenhänge)



Versuch und Irrtum

Problem: Der **Benzinverbrauch** für ein Auto beträgt 10 l / 100 km

Ziel: Benzinverbrauch < 9 l / 100 km

Lösung:

- Benzinmarke (ARAL, Shell, ...) ändern
- höhere Oktanzahl (Benzin, Super)
- Fahrverhalten: langsamer fahren, vorausschauend, ...
- Motor einstellen
- Auto waschen und wachsen
- Reifen: Winter- bzw. Sommerreifen, neue, Breitreifen, ...
- Reifendruck ändern
- anderes Auto kaufen
- Klimaanlage ausschalten
- Kaltstart

WAS, wenn es hilft?

WAS, wenn es nicht hilft?

One-factor-at-a-time (OFAT)

Vorgehen: Ein Faktor wird variiert und das Ergebnis beobachtet. Die bessere Einstellung wird beibehalten und er nächste Faktor untersucht.

Geschw. (A)	Reifendruck (B)	Oktanzahl (C)	Verbrauch
80 ↓	2,5	95	8,4
100 ↓	2,5 ↓	95	9,8
80	3,0 ↓	95 ↓	8,2
80	3,0	91 ↓	8,8

Vorteil:

- einfache Vorgehensweise
- mit viel Glück ist man schnell am Ziel

95: Super
91: Normal

Nachteile:

- wenig systematisches Vorgehen
- ein Optimum wird nur durch Zufall entdeckt
- die Einzelwirkungen bleiben unbekannt
- Wechselwirkungen werden nicht erkannt

Wie viele Messungen machen Sie pro Versuch, um eine vernünftige Abschätzung des Verbrauchs zu bekommen? Wie viele insgesamt?





DoE: vollfaktorieller Versuch (auf 2 Stufen)

Vorgehen: Für die zu untersuchenden Parameter werden jeweils 2 Stufen festgelegt. Alle möglichen Einstellkombinationen werden durchgeführt.

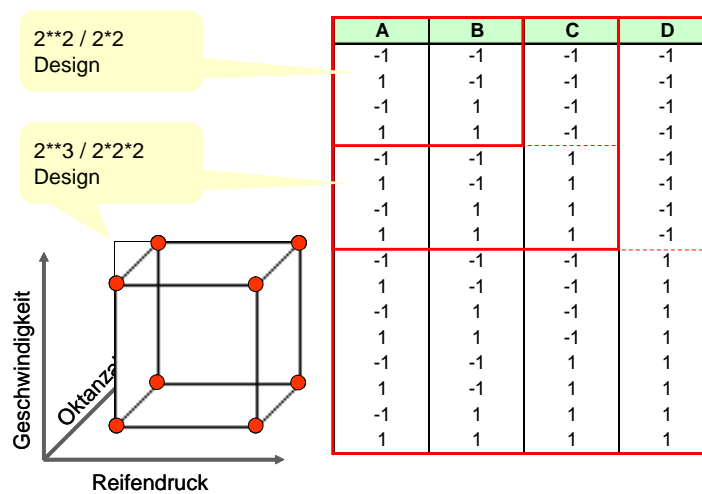
Geschw. (A)	Reifendruck (B)	Oktanzahl (C)	Verbrauch
80 (-1)	2,5 (-1)	91 (-1)	7,6
100 (+1)	2,5 (-1)	91 (-1)	9,0
80 (-1)	3,0 (+1)	91 (-1)	8,8
100 (+1)	3,0 (+1)	91 (-1)	9,4
80 (-1)	2,5 (-1)	95 (+1)	8,4
100 (+1)	2,5 (-1)	95 (+1)	9,8
80 (-1)	3,0 (+1)	95 (+1)	8,2
100 (+1)	3,0 (+1)	95 (+1)	9,6

Vorteil: Einzel- und Wechselwirkungen der Parameter lassen sich berechnen
Nachteil: hoher Versuchsaufwand

Frage: Wie viele Messungen ergeben sich auf jeder Stufe? Wie viele insgesamt?



Schema vollfaktorieller Versuchspläne auf 2 Stufen

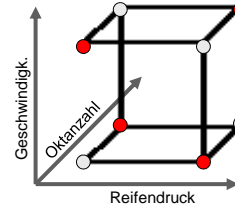




DoE: teilfaktorieller Versuch (auf 2 Stufen)

Vorgehen: Für die zu untersuchenden Parameter werden jeweils 2 Stufen festgelegt. Es werden jedoch nicht mehr alle Einstellkombinationen durchgeführt.

- Versuche werden durchgeführt
- Versuche werden weggelassen



Geschw.	Reifendruck	Oktanzahl	Verbrauch
80 (-1)	2,5 (-1)	96 (+1)	8,4
100 (+1)	2,5 (-1)	91 (-1)	9,0
80 (-1)	3,0 (+1)	91 (-1)	8,8
100 (+1)	3,0 (+1)	96 (+1)	9,6

Vorteil: Deutlich **weniger Versuchsaufwand** gegenüber vollfaktoriellem Versuch.

Nachteil: Wegen Überlagerungen können nicht mehr alle WW aufgelöst werden.

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



Beispiel eines teilfaktoriellen Versuchsplans

4 Faktoren mit je 2 Stufen

$2^4 = 16$ mögliche Kombinationen vollfaktoriell, 8 Kombinationen teilfaktoriell

A	B	C	A*B	A*C	B*C	D (A*B*C)
-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Bei teilfaktoriellen Versuchen werden Wechselwirkungsspalten mit einem oder mehreren zusätzlichen Hauptfaktoren belegt. Dadurch sind Wirkungen überlagert und es können nicht mehr alle WW analysiert werden.

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



Anzahl Versuche: vollfaktoriell bzw. teilfaktoriell

Stufen	Faktoren	Anzahl Versuche vollfaktoriell	Anzahl Versuche teilfaktoriell
2	2	$2^2 = 4$	--
2	3	$2^3 = 8$	4
2	4	$2^4 = 16$	8
2	7	$2^7 = 128$	64 / 32 / 16 / 8
2	10	$2^{10} = 1024$ 128 / 64 / 32 / 16
2	15	$2^{15} = 32.768$ 128 / 64 / 32 / 16

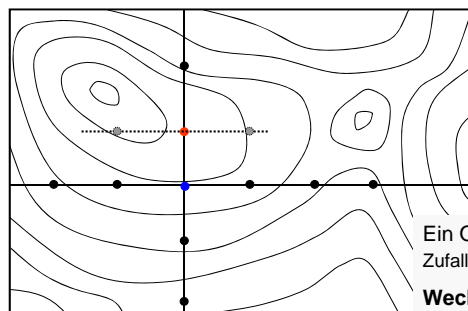
Durch die teilfaktorielle Vorgehensweise werden systematische Versuche oft erst ermöglicht, denn der Versuchsaufwand steigt bei zunehmender Anzahl Inputfaktoren exponentiell an.

$$\text{Anzahl Versuche} = \text{Stufen}^{\text{Faktoren}}$$



Prinzipielle Vorgehensweise: OFAT

Vorgehen bei **OFAT**: Wir bewegen uns entlang von "Linien" und suchen den höchsten Punkt



Ein Optimum wird nur durch Zufall entdeckt.

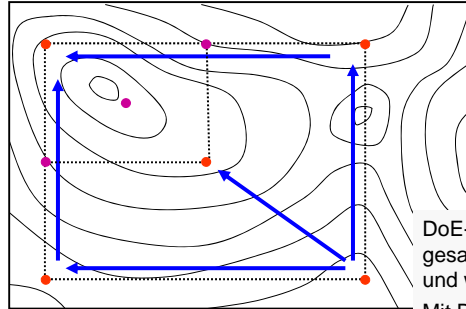
Wechselwirkungen zwischen Faktoren sind nicht erkennbar.

- Max. Response bei konstantem Druck
- gefundenes "Optimum"



prinzipielle Vorgehensweise: DoE

Mit dem Aufspannen von Versuchsfeldern/-räumen erhält man eine Richtung, in der das **Optimum** liegt.



DoE-Versuche benötigen insgesamt **weniger Versuche** und weniger Zeit.

Mit DoE **lernt man sehr viel über das System** und seine Zusammenhänge.



Vorteile faktorieller Experimente

Nach DoE geplante Experimente

- benötigen **weniger Einzelversuche** als "OFAT"-Experimente.
- erlauben die **Untersuchung von Haupteffekten und Wechselwirkungen**.
- ermöglichen eine **Quantifizierung der Effekte** der Hauptfaktoren sowie der Wechselwirkungen.
- erlauben eine **statistische Auswertung** und damit eine Aussage darüber, ob die untersuchten Faktoren einen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis haben.
- ermöglichen die **Beschreibung des funktionalen Zusammenhangs** zwischen den Inputfaktoren und dem Ergebnis in einem mathematischen Modell.
- führen zu einem **ungleich größeren Know-how-Zuwachs**.

→ **Nie wieder "trial and error"- oder "one-factor-at-a-time"-Versuche !!**



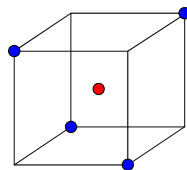
Übersicht verschiedener Versuchspläne

2k-teilfaktorielle Versuche	vollfaktorielle Versuche	Response Surface Designs	
teilmfaktorielle Versuche mit 2 Stufen je Faktor	Versuche mit 2 Stufen je Faktor (2k-vollfaktoriell)	Versuche mit mehr als 2 Stufen je Faktor	Versuche für nicht-lineare Zshg. mit 5 Stufen / Faktor
Analyse der Haupteffekte und ggf. von 2-fach Wechselwirkungen	Analyse der Haupteffekte und sämtlicher Wechselwirkungen (WW)		Analyse quadratischer Effekte
Parameter kennen lernen	Details über Parameter und Wechselwirkungen erfahren	nicht-lineare Einflüsse untersuchen, wichtige Parameter optimieren	
Parameter 3 - 47	max. 5	2 - 3	2 - max. 7

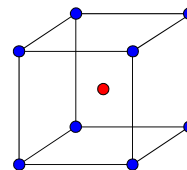
HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



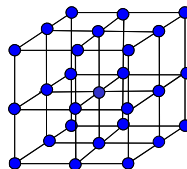
Übersicht verschiedener Versuchspläne



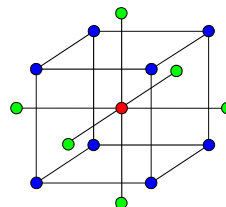
2k-teilmfaktorieller Versuch
reduzierter Versuchsplan mit 3 Faktoren auf 2 Stufen plus Center Point (C.P.)



2k-vollfaktorieller Versuch
Versuchsplan auf 2 Stufen mit C.P.



Vollfaktorieller Versuch
Versuchsplan mit mehreren Faktoren auf mehr als 2 Stufen



Response Surface Design
Versuchsplan mit mehreren Faktoren auf 2 Stufen ergänzt durch Star Points

HS Vorlesung Quality Engineering, Alexander Frank



Konzept des Center Points

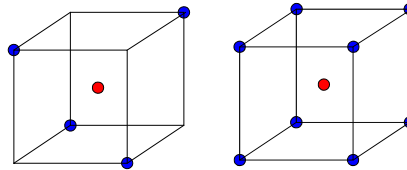
Nicht-Linearität bei Versuchen auf zwei Stufen

Wird ein Faktor auf nur zwei Stufen (Einstellungen) untersucht, so läuft man Gefahr, einen möglichen nicht-linearen Zusammenhang (Krümmung) zwischen Input und Ergebnis zu übersehen.

Mit der Hinzunahme von sog. Center Points (C.P.) lässt sich mit wenig zusätzlichem Aufwand überprüfen, ob alle Inputfaktoren einen linearen Einfluss auf das Ergebnis ausüben.

Ist der Center Point signifikant, dann hat mind. ein Faktor nicht-linearen Einfluss.

Versuche auf 2 Stufen sollten wenn immer möglich mit Center Points durchgeführt werden.



Fragen zu Beginn eines Experiments

Steht das **Management** hinter den Versuchen?

Wie gross ist das **Potenzial**?

Wie viel ist bereits **bekannt** über

- Variation, Zentrierung, Defektraten?
- kritische Qualitäts-Charakteristiken (Produkt & Prozess)?
- Messsysteme?
- Ursachen der Streuung / Variation?

Hat das Projekt **Priorität**?

Wollen wir

- **kritische** Parameter identifizieren?
- Sollwerte bestimmen?
- Ursachen der **Streuung** bestimmen?
- bessere Produkte und Prozesse entwickeln?

Welches ist der **Output** / die Response-Variable?

Wie kann der Output **gemessen** werden?

Gibt es **mehrere** Outputs?

Können wir unsere **Ziele** erreichen?



Begriffe zur Versuchsplanung (1)

Design: Komplette Spezifikation der experimentellen Versuche, einschließlich Blocking, Replikation, Repetitionen, Randomisierung und der Zuordnung der Faktorstufen-Kombinationen zu den experimentellen Einheiten.

$k_1 * k_2 * k_3 \dots$ factorial: Beschreibung des zugrunde gelegten Designs. Ein $2^2 * 2^2$ Design bezeichnet ein Design mit drei Input Variablen auf je zwei Stufen. Die Anzahl der Faktorstufen-Kombinationen ist das Produkt der Faktorstufen je Variable, in diesem Fall 8 (Anzahl "Würfecken").

Experimentelle Einheit: Einzelversuch mit einer bestimmten Einstellung (Stufe) für jede Input-Variable (z.B. +1 / -1 / +1); entspricht einem Versuch an einer "Würfel-ecke". Wird auch Zelle oder Run genannt.

Experimenteller Teilversuch: Alle Versuche mit einer bestimmten Einstellung der Input-Faktoren (entspricht allen Versuchen an einer "Würfecke").

Experimenteller Bereich: Alle Faktorstufen-Kombinationen, die im Experiment realisiert werden. Auch: Faktor-Raum ("Würfel-Innenraum").



Begriffe zur Versuchsplanung (2)

Block: Splitten des Versuchsplans, um Störgrößen im Versuch zu berücksichtigen. Versuche innerhalb des Blocks sind ausgewogen (balanced).

Repetition: Erzeugung **mehrerer** experimenteller Einheiten (Herstellung mehrere Teile nacheinander bei gleicher Einstellung).

Replication: Wiederholung des gesamten Experiments, wobei die Einstellung der Positionen jeweils **neu** vorgenommen wird.

Test run: Testlauf mit einer einzigen Kombination von Faktorstufen, um zu prüfen, ob der Versuchsablauf funktioniert (Einrichtungen, Personal, Messmittel etc.).

Balanced Design: Design mit **gleicher Anzahl** experimenteller Einheiten (Messungen) in jeder Faktorstufen-Kombination (gleiche Anzahl Teilversuche).

Unbalanced design: Design mit **verschiedener Anzahl** von Teilversuchen oder Messungen für die verschiedenen Zellen.



Begriffe zur Versuchsplanung (3)

Effekt: Änderung des Mittelwerts der Ergebnisse über zwei Stufen eines Faktors oder zwischen experimentellen Einheiten.

Haupteffekt (Main effect): Die mittlere Änderung im Response bei Änderung eines Faktors von einer Faktor-Stufe zur nächsten.

Wechselwirkung (Interaction): Kombiniertes Effekt zweier oder mehrerer Faktoren. Der Effekt eines Faktors hängt von den Einstellungen anderer Faktoren ab.

Signifikanter Faktor: Faktor, der eine systematische Änderung des Responses bewirkt.

Confounding (Vermengung, Überlagerung): Ein oder mehrere Effekte können nicht eindeutig einem einzigen Faktor oder einer Wechselwirkung zugeschrieben werden.



Repetitionen, Replikationen und Blockbildung

Versuch mit
2 Repetitionen

Blocks	A	B
1	-1	-1
1	-1	-1
1	1	-1
1	1	-1
1	-1	1
1	-1	1
1	1	1
1	1	1

Jede Einstellung wird
zweimal wiederholt

Versuch mit
2 Replikationen

Blocks	A	B
1	-1	-1
1	1	-1
1	-1	1
1	1	1
2	-1	-1
2	1	-1
2	-1	1
2	1	1

Der gesamte Versuch
wird zweimal wiederholt

Versuch mit
Blockbildung

Blocks	A	B	C
1	-1	-1	-1
1	1	1	-1
1	1	-1	1
1	-1	1	1
2	1	-1	-1
2	-1	1	-1
2	-1	-1	1
2	1	1	1